



CATAPULTANDO: RELATO DE EXPERIÊNCIA ENVOLVENDO FUNÇÕES DE 2º GRAU E GEOGEBRA

Clayton da Silva Baseggio ¹
Eduardo Jandrey de Almeida Krielow ²
Renato Francisco Merli ³

RESUMO

Os alunos da Educação Básica têm cada dia mais enfrentado dificuldades em se concentrar nas aulas, aliado a isso, falta interesse em aprender sobre matemática, muitas vezes pela falta de aplicabilidade do conteúdo a ser ensinado. Neste contexto, o presente trabalho foi desenvolvido a partir da experiência adquirida pelos autores em uma oficina de matemática para alunos do Ensino Médio, em que foi abordado o conteúdo de funções de segundo grau associando com lançamentos feitos com catapultas construídas pelos próprios alunos. O conteúdo foi abordado de forma investigativa, utilizando um contexto histórico com o uso de materiais manipuláveis e, posteriormente, para análise do comportamento das funções geradas, o software GeoGebra foi utilizado. A partir dos resultados obtidos, foi possível relembrar ou até mesmo aprender o conteúdo que nunca tinham visto antes, associando a dinâmica dos lançamentos com o conteúdo proposto, e analisando o comportamento da função quadrática com diferentes valores dos coeficientes.

Palavras-chave: Oficina Matemática; Residência Pedagógica, Função de Segundo Grau.

INTRODUÇÃO

O programa Residência Pedagógica oferece diversos benefícios que amplificam a formação acadêmica do futuro docente. As experiências presenciais nas escolas possuem grande importância na formação inicial e transformam os acadêmicos em profissionais críticos, criativos e inovadores. Entre as atividades realizadas semanalmente no programa o qual os autores participam, constam observações, regências e monitorias. Além dessas atividades semanais, esporadicamente outras são realizadas, como feiras e oficinas de matemática.

¹ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR baseggio987@gmail.com;

² Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR eduardojandrey@alunos.utfpr.edu.br;

³ Professor orientador: Doutor, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, renatomerli@utfpr.edu.br.



A oficina de Matemática é realizada todos os semestres em diferentes níveis de ensino, aliando a teoria e a prática. Tem como objetivo unir a turma e trabalhar o conteúdo matemático de forma interativa e divertida. Em nossa oficina matemática, apresentamos interesse em trabalhar com o conteúdo de funções de segundo grau utilizando recursos tecnológicos e materiais manipuláveis.

Tendo em vista o desafio de ensinar funções, partimos de tal pergunta: *Como realizar uma oficina matemática de funções de segundo grau que atraia os alunos?* Esta pergunta é frequentemente discutida no decorrer do curso, pois para grande parte dos alunos a matemática é vista como a vilã no boletim escolar.

Para responder à pergunta, idealizamos uma oficina que pudesse ser atrativa e que, ao mesmo tempo, levasse os estudantes a utilizarem algum tipo de software matemático. Assim, pensamos no lançamento de objetos como o tema principal e intitulamos a oficina de “Catapultando”, na qual fizemos uma relação entre o lançamento de um objeto a um alvo, em que, com o auxílio do software GeoGebra conseguimos, junto com os estudantes, analisar o comportamento da curva gerada.

Nas próximas seções serão relatados com detalhes o desenvolvimento da oficina de matemática, as maiores dificuldades dos alunos e uma análise crítica da atividade, a fim de motivar o ensino com o uso de tecnologias, e compartilhar outros possíveis softwares como alternativa de ensino de função de segundo grau.

USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A tecnologia está presente em nosso cotidiano de tal forma que ela se torna invisível e não conseguimos percebê-la ou reconhecê-la como tal. Muitas vezes achamos que o uso da tecnologia se dá por meio do uso de celulares, computadores ou aparelhos eletrônicos digitais, mas não se limita apenas a isso. Utilizamos tecnologias ao nosso redor, nas locomoções diárias, no trabalho, nas escolas, na alimentação, entre outros. A tecnologia é um termo abrangente, e está presente desde os primórdios da humanidade. No âmbito escolar, segundo Ribeiro (2012, p. 13),

para que os professores reconheçam e utilizem as Novas Tecnologias no ensino da Matemática é preciso que utilizem o computador como um aliado muito importante na construção do conhecimento, ou seja, nas suas práticas pedagógicas, onde possam fazer uso das novas tecnologias, incorporando-as em suas aulas e favorecendo aos alunos uma aprendizagem Matemática lúdica e envolvente. Dessa forma, a busca de práticas inovadoras com o uso das

Novas Tecnologias a serviço da disciplina de Matemática poderá contribuir de forma eficiente o ensino atual.

O uso da tecnologia no ambiente escolar, embora pareça ser uma tarefa simples, é um desafio para os professores. O avanço tecnológico digital tem deixado professores inseguros quanto ao seu uso. Muitas vezes os professores não querem sair da sua “zona de conforto” ou não têm tempo para uma formação continuada, e acabam mantendo as metodologias de anos atrás.

Segundo Costa (2015), o modelo de ensino focado no professor está ultrapassado e que os estudantes precisam estar preparados para um mundo tecnológico e digital. Portanto, é preciso reconhecer a importância do uso de tecnologias no ensino, em especial, na Matemática. Dessa forma, o professor de matemática precisa integrar as novas tecnologias, e, para isso, precisa possuir conhecimentos, não apenas tecnológicos e matemáticos, mas também os pedagógicos.

Em um contexto escolar é de suma importância que os professores possuam um conhecimento sobre tecnologias, no entanto existem barreiras a serem ultrapassadas, em que a superação das barreiras para o uso efetivo de tecnologia nas escolas depende de dois movimentos paralelos: do professor enquanto sujeito, no sentido de se formar para uma incorporação tecnológica, e do sistema educacional, enquanto responsável pela implantação das condições de incorporação da tecnologia na escola (Frota, 2004).

Ressaltamos neste texto a ideia de Costa (2015), da distinção entre os termos *inserção* e *integração* das tecnologias digitais na Educação Básica. Entendemos que o professor *insere* a tecnologia digital quando o uso das tecnologias não interfere no ensino e aprendizagem dos alunos, como utilizar um projetor ao invés do quadro didático, ou um trabalho digitado ao invés de manuscrito, entre outros. Entretanto, *integrar* as tecnologias no ensino é estimular o aluno a aprender o conteúdo com o auxílio da tecnologia, como o uso de software, materiais manipuláveis etc.

Nesse sentido, a proposta da oficina não era apenas inserir o uso do Geogebra, mas integrá-lo no problema, de tal forma que ele estimulasse o estudante, aliando ferramentas de álgebra e geometria. Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software de matemática dinâmico e gratuito, elaborado com o propósito de ensino e aprendizagem para diferentes níveis de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior. O GeoGebra possui diversos recursos de Geometria, Álgebra, Tabelas, Gráficos, Probabilidade, Estatística, e Cálculos Simbólicos em um único ambiente computacional.

O GeoGebra é uma ótima ferramenta, pois em um curto intervalo de tempo, podemos mostrar diferentes representações de um determinado conceito e analisar o seu comportamento de forma interativa. Segundo Moura (2016), incorporar recursos tecnológicos, como o Geogebra, ao estudo de funções, edifica o ensino e a aprendizagem dos alunos e auxilia nas necessidades representacionais necessárias em sala de aula.

Dessa maneira, utilizamos o Geogebra para discutir e analisar as diferentes representações de uma função de segundo grau, associando com lançamentos de objetos através de catapulta, de forma produtiva e divertida.

RELATO DA OFICINA

Nas oficinas de Matemática podemos unir a teoria e prática de algum conteúdo específico, e ampliar o conhecimento tanto dos alunos quanto dos acadêmicos. Segundo Panossian *et al.* 2018, as Oficinas Matemáticas Pedagógicas, um projeto similar que acontece na UTFPR de Curitiba, a autora as caracteriza como um espaço de aprendizagem para os futuros professores e apropriação do conhecimento teórico para os estudantes. Além disso, se torna um espaço de experimentação de ideias criativas para os acadêmicos, no qual eles podem testar sem medo de “atrasar” ou “atrapalhar” o professor na sala de aula regular, uma vez que as oficinas ocorrem aos sábados, em horários extraclasse.

A realização da oficina matemática pode ocorrer de diversas maneiras e com conteúdo distintos da Educação Básica, em geral, acontecem semestralmente como uma atividade obrigatória no estágio do curso, sendo realizadas no campus da universidade ou na própria escola como introdução ou revisão do conteúdo, em momentos extraclasse.

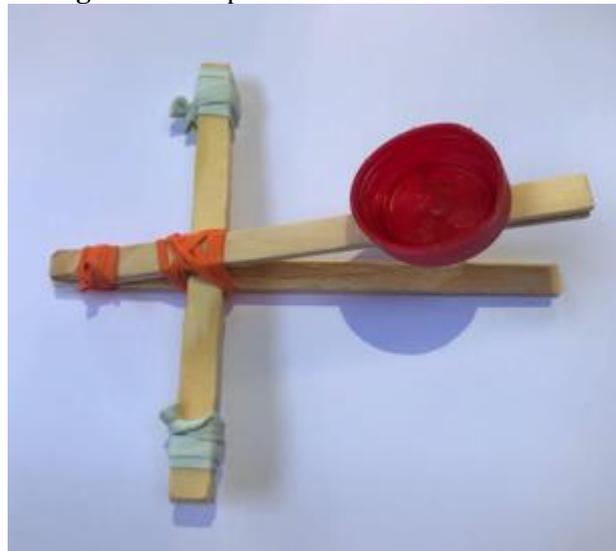
Diversas atividades foram desenvolvidas ao longo do estágio e do Residência Pedagógica para o Ensino Fundamental e Ensino Médio. Uma delas foi a oficina “Catapultando”, em que buscamos associar o lançamento de algum objeto com o conteúdo de funções do segundo grau. A oficina foi realizada no primeiro semestre de 2023, no campus da universidade, contando com dois acadêmicos “regentes” e mais dois acadêmicos “monitores”.

Houve a participação de aproximadamente 80 alunos do Ensino Fundamental e Médio, de várias escolas da região. Estes alunos foram distribuídos em outras 6 oficinas, todas ministradas por acadêmicos do curso de Licenciatura Matemática. As oficinas aconteceram em dois momentos com duas turmas diferentes, que eram intercaladas com as outras oficinas, iniciando a primeira às 08hs e finalizando às 9h30min e, a segunda, às 10hs e finalizando às

11h30min. A oficina “Catapultando” ocorreu em um Laboratório de Informática e no corredor próximo a ele.

A oficina se iniciou com uma apresentação histórica sobre a invenção da Catapulta, como um instrumento para guerra e defesa na Grécia. Disponibilizamos materiais como palitos de picolé, elásticos e uma tampa de garrafa pet para a construção de pequenas catapultas. Tais construções foram realizadas seguindo algumas etapas: 1) Juntar quatro palitos e prender suas pontas com elásticos; 2) Pegar outros três palitos e prender uma de suas pontas; 3) Por fim, utilizando os palitos do primeiro passo, encaixar entre o segundo e terceiros palitos feitos no segundo passo. Para amenizar o tempo da oficina, havíamos previamente colado as tampas pets em um dos palitos, resultando assim, na catapulta da Figura 1.

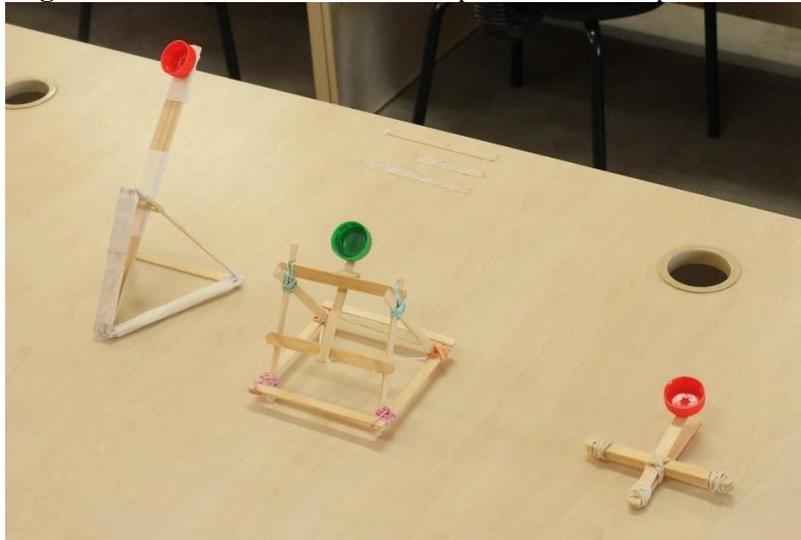
Figura 1: Catapulta construída como modelo



Fonte: dos autores

Devido à falta de tempo, construímos mais dois modelos antes de começar a oficina (Figura 2), caso algum grupo não terminasse a tempo, com o objetivo de diferenciar os lançamentos e analisar as diferentes excentricidades da parábola.

Figura 2: Diferentes modelos de catapultas utilizadas pelos alunos



Fonte: Autores

Com as catapultas prontas, espalhamos pela sala várias lixeiras, as quais serviram de alvo para que os alunos realizassem arremessos de bolinhas de diferentes densidades e materiais. Utilizando uma trena manual e um medidor a laser, os alunos deveriam anotar a distância dos arremessos que acertassem o alvo e a altura máxima aproximada alcançada no lançamento.

Com todas as anotações feitas, cada aluno acessou um computador e abriu o software GeoGebra. A seguinte questão foi feita a todos: *“você consegue observar a matemática na atividade realizada? Se sim, onde?”*

Tivemos algumas respostas como: *“Nós medimos as distâncias com o medidor a laser, então tem matemática”*; *“Nós fizemos os arremessos com bolinhas com diferentes pesos então cada arremesso era diferente então a matemática está presente”*; *“O lançamento é semelhante a curva”*; *“O grau interferia no lançamento”*, entre outras respostas.

As respostas dos alunos estavam corretas, mas não eram suficientes para o propósito da oficina. Assim, os estudantes foram estimulados a pensar sobre o formato da curva que o objeto fez no lançamento e eles logo associaram com a parábola. Assim, como o objetivo da atividade era trabalhar com funções de segundo grau, após essa associação, realizamos uma breve introdução do GeoGebra e explicamos que os lançamentos poderiam ser representados neste software.

Após esta introdução do software, solicitamos à turma que marcassem um ponto em $(0,0)$ e um outro ponto onde seria o alvo do lançamento, por exemplo, se o aluno acertou o alvo em uma distância de 1,5m (tomando 1 unidade de medida sendo 10 cm) o outro ponto seria em



(15, 0). Também foi solicitado a eles que marcassem no Geogebra os pontos que eles anotaram na tabela durante os lançamentos (Figura 3).

Figura 3: Anotações feitas pelos alunos

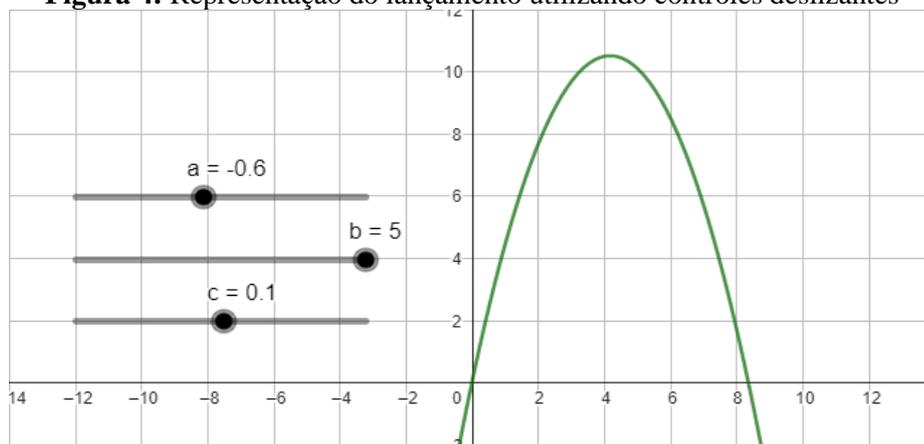
Nome: _____ Ano: _____ Turma: _____

LANÇAMENTOS	DISTÂNCIA	ALTURA
1	1,60 m	65 cm
2 ✓	1,60 m	45 cm
3	1,40 m	67 cm
4	1,55 m	78 cm
5	1,34 m	81 cm
6	1,34 m	54 cm
7	1,60 m	89 cm
8	1,34 m	74 cm
9	1,72 m	97 cm
10	1,72 m	94 cm

Fonte: Autor

Com a marcação dos pontos, relembramos a forma geral de função de segundo grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. Utilizando a ferramenta “controles deslizantes”, pedimos que os alunos encontrassem uma parábola que possui interseção com os dois pontos marcados na Figura 4.

Figura 4: Representação do lançamento utilizando controles deslizantes



Fonte: Autor

Com alguns minutos, todos alunos conseguiram encontrar a curva que passava pelos dois pontos (Figura 4). Na sequência, realizamos algumas perguntas, tais como: *o que significa os dois pontos marcados referente a função? Qual altura que a função possui? É a mesma que foi encontrada quando realizado o arremesso? Como faço para encontrar exatamente a altura da parábola encontrada? A altura é denominada por um nome específico, qual é esse nome? A função encontrada representa o seu arremesso?*



Essas perguntas permitiram que os alunos relembassem os conceitos de uma parábola e, para aqueles que, porventura, não tinham visto esses conceitos, pudessem ter o seu primeiro contato de uma maneira prática e manipulativa, com a utilização do software, analisando como é o comportamento de uma função de segundo grau.

ALGUMAS ANÁLISES E INFERÊNCIAS

Observamos no decorrer da oficina que todos mostraram interesse na dinâmica, e se surpreenderam ao associar o experimento, ao conteúdo e ao software GeoGebra. Analisamos que poucos alunos lembraram do que seria o zero de uma função e qual seria sua relação com as variáveis do lançamento, no caso a altura. Muitos dos alunos sabiam apenas calcular, utilizando a fórmula resolutiva da equação do segundo grau, mas não lembravam o motivo.

Dessa forma, foi possível analisar, junto com os estudantes, como o modelo de uma função de segundo grau era utilizado na utilização de catapultas. Como a equação algébrica fornecia os valores da altura e distância máximas do lançamento dos objetos para determinadas catapultas.

Além disso, por meio dos questionários que foram disponibilizados à turma, os estudantes puderam analisar como o uso do GeoGebra permite visualizar as diferentes representações da função de segundo grau, e como os coeficientes influenciam no posicionamento da parábola.

Figura 5: Resposta de um aluno

Nome: _____ Ano: _____ Turma: _____

Utilizando o Geogebra, estude os parâmetros de uma função de segundo grau e responda as seguintes questões.

1 - Qual a influência do parâmetro a no gráfico da função? Teste valores de a para números positivos e negativos.

Quando A é positivo a concavidade fica voltada para cima e quando negativo, fica voltada para baixo. $\text{se } a=0$ o gráfico fica uma reta.

2 - Qual a influência do parâmetro b no gráfico da função? Teste valores de b para números positivos e negativos.

muda de posição \rightarrow esquerda ou direita. Onde corta o eixo x .

3 - Qual a influência do parâmetro c no gráfico da função? Teste valores de c para números positivos e negativos.

Onde ela corta o eixo y .

5 - Suponha que a cesta de acertos esteja 5 unidades de medida da catapulta e que a catapulta está no ponto de origem $(0,0)$, coloque estes dois pontos no plano e, através dos controles deslizantes, obtenha uma função que passa (aproximadamente) por estes dois pontos. Qual função você encontrou?

$f(x) = -x^2 + 5x$ ou $f(x) = x^2 - 5x$

Fonte: da pesquisa

Referente às questões respondidas pelos alunos, analisamos que o aluno conseguiu visualizar o comportamento da função com os diferentes parâmetros. Neste caso, utilizando a ferramenta controle deslizante no parâmetro a (coeficiente que multiplica a variável x^2), o aluno conseguiu observar quando a parábola é voltada para cima ou para baixo, e ainda observou que a função se torna uma reta quando o parâmetro a é igual a 0. De fato, pois dessa forma, resulta em uma função de primeiro grau $g(x) = ax + b$.

Já no segundo parâmetro, o aluno conseguiu analisar que o coeficiente b (que multiplica a variável x) influencia no posicionamento da parábola, movendo para direita e esquerda. Mas acabou se esquivando em dizer “onde corta o eixo x ”, pois essa informação depende do resultado dos demais parâmetros.

No último parâmetro, o aluno respondeu que “Onde corta o eixo y ”. De fato, pois o valor do parâmetro c corresponde ao ponto onde a função intercepta o eixo y , definido como termo independente, por não acompanhar nenhuma das outras variáveis.

E por fim, na última questão, além de conseguir encontrar uma função qualquer passando pelos pontos determinados, o aluno obteve duas funções que passam por esses pontos, ressaltando a ideia de que uma função de segundo grau pode ter a parábola voltada para cima ou para baixo.

Após os alunos encontrarem as funções, discutimos com a turma como encontrar as funções que se aproximam dos lançamentos a partir das raízes dadas. Sendo assim, apresentamos a expressão que simplifica a situação, sendo $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)$, onde x_1 e x_2 são suas raízes.

CONCLUSÕES

Podemos observar que o uso de tecnologias no ensino de matemática é de suma importância, pois como visto anteriormente, o software GeoGebra permite uma visualização interativa e dinâmica da função, utilizando a ferramenta controle deslizante, os alunos analisaram o comportamento da função com os diferentes valores dos coeficientes.

Além da visualização do software, a turma conseguiu analisar junto com as diferentes catapultas, os lançamentos mais longos e baixos, e outras com os lançamentos mais curtos e altos, associando com o parâmetro a da função, que altera a excentricidade.

Outra ferramenta de ensino que poderia ser utilizada na oficina era o software *Tracker*, em que, seria possível captar o lançamento através de um vídeo de uma câmera de celular, e após, exportar o vídeo para o aplicativo Tracker, onde seria desenhada a função de lançamento com o auxílio de *flaps* e então representar com uma função o lançamento real dos alunos.

Analisando os resultados da oficina, tanto da participação, quanto no desenvolvimento das questões, os alunos conseguiram relembrar ou até mesmo aprender o conteúdo que nunca tinham visto antes, pois, por meio dos lançamentos e a utilização do software, todos analisaram com calma o comportamento da função e suas propriedades.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

COSTA, Nielce Meneguelo Lobo; PRADO, Maria Elisabete Brisola Brito. professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 16, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1392>. Acesso em: 30 ago. 2023.

FROTA, Maria Clara Rezende; BORGES, Oto. Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática. IN: Reunião anual da Anped, 27, Caxambu, **Anais [...]**, p. 1-17. Caxambu: MG, 2004. Disponível em: <https://www.anped.org.br/sites/default/files/t199.pdf>. Acesso em: 30 ago. 2023.

PANOSSIAN, Maria Lucia; SILVA, Adnielson Lima; PALLU, Fabiana. A oficina pedagógica de matemática como atividade. **Obutchenie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 2, n. 1, p. 14-39, 2018. Disponível em:

<https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/42531>. Acesso em: 30 ago. 2023.

RIBEIRO, Flávia Martins; PAZ, Maria Goretti. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. **Revista Modelos–FACOS/CNEC, Osório**, v. 2, p. 1-10, 2012. Disponível em:

http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2013/pdf/o_ensino_da_matematica_por_meio_de_novas_tecnologias.pdf. Acesso em: 30 ago. 2023.

MOURA, Daniela Alves Silveira; DOS SANTOS, Alex da Silva; DA SILVA, Jhonatan Júnio. Tecnologia a favor da educação matemática: geogebra e suas aplicações.

SYNTHESIS| Revistal Digital FAPAM, v. 7, n. 1, p. 333-346, 2016. Disponível em:

<https://periodicos.fapam.edu.br/index.php/synthesis/article/download/146/144>. Acesso em: 30 ago. 2023.