



SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES: UMA EXPERIÊNCIA POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Helen Cristina Ferreira ¹
Ingrid Albuquerque Alves ²
Valderez Aparecida Aluiz Amin ³
Luciana Schreiner de Oliveira ⁴

RESUMO

O trabalho relata uma experiência do Programa Residência Pedagógica (PRP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), conduzida na Escola Estadual Aline Picheth com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental - envolvendo conceitos como expressões e equações do 1º grau, que recaem em sistemas de equações lineares. A abordagem deu-se via Modelagem Matemática, visando fomentar a criatividade e autonomia dos estudantes. A situação elaborada envolve resolver problemas que podem ser encontrados no cotidiano dos estudantes, estimulando a aplicação prática de conceitos matemáticos e técnicas para solucionar problemas usando sistemas de equações lineares. O objetivo foi promover a compreensão conceitual e a abordagem algébrica na resolução de problemas, o estudo buscou analisar os resultados da aplicação da atividade e seu impacto na formação docente dos envolvidos e revelou potencial em despertar o interesse e engajamento dos estudantes. O conhecimento e experiência adquiridos revelaram-se valiosos na atuação como educadoras, possibilitando uma abordagem mais dinâmica e contextualizada da Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Fundamental; Equações do 1º Grau; Modelagem Matemática; Sistemas de Equações Lineares.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo relatar uma experiência realizada como parte das atividades desenvolvidas no Programa Residência Pedagógica (PRP) vinculado a Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

A situação foi realizada na Escola Estadual Aline Picheth, localizada no bairro Ahú, próximo a região central de Curitiba, com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, sob supervisão da professora preceptora da escola. O acompanhamento com esses estudantes é

¹ Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, helenferreira@alunos.utfpr.edu.br;

² Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, ingrid.2018@alunos.utfpr.edu.br;

³ Mestre em Educação Matemática, Professora preceptora da Escola Estadual Aline Picheth, valderez.aluiz@gmail.com;

⁴ Professora orientadora: Doutora em Educação Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, lucianaoliveira@utfpr.edu.br.



realizado pelas bolsistas desde fevereiro de 2023, portanto, há certa familiaridade com as turmas.

Nesse período, pode-se acompanhar o ensino de conteúdos como potenciação, polinômios, expressões, equações do 1º grau e sistemas de equações, a partir destes conceitos foi elaborada uma situação com enfoque conceitual em sistemas de equações utilizando a metodologia de Modelagem Matemática. A escolha por tal metodologia justifica-se, visto que uma situação de Modelagem Matemática contribui para a formação da criatividade e autonomia dos estudantes.

Por fim, a análise dos resultados obtidos na aplicação da situação, e como essa experiência impactou na formação inicial como docente dos envolvidos.

METODOLOGIA

A situação foi planejada com a intenção de aproximar o estudante do ensino da Matemática e clarear dificuldades que esta disciplina pode apresentar. Delineamos como objetivo retomar o conteúdo de sistema de equações lineares através de uma abordagem que o estudante fosse protagonista durante o processo, para isso utilizamos a metodologia de Modelagem Matemática que proporcionou a realização deste objetivo.

A situação foi inspirada na proposta apresentada por Silva (2017) em sua dissertação de mestrado⁵ nomeada “Uma abordagem de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas”.

Foi utilizada uma situação-problema de uma lanchonete móvel, que apresenta algumas promoções de combos de lanches, ilustrada na Figura 1 a seguir, e a proposta era encontrar o valor independente de cada elemento do combo, para isso, os estudantes, reunidos em duplas e trios, teriam de aplicar conceitos matemáticos e técnicas para desenvolver modelos que expressassem o problema de forma adequada. Era esperado que os estudantes tentassem encontrar valores que satisfizesse o problema apresentado, a partir disso, a atividade os nortearia para que ao final dela, estes utilizassem o conceito de sistemas de equações lineares, deste modo, percebessem que esta é uma técnica eficiente para solucionar este tipo de

⁵ SILVA, Milton Roberto Pereira da. **Uma abordagem de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas**. Dissertação Mestrado - Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro, 2017.

problema. Essa situação possibilita reconhecer o conhecimento já adquirido e aproximar o estudante da forma algébrica de resolver problemas.

Figura 1 - Folder com as promoções relacionadas aos problemas propostos.



Fonte: Acervo próprio (2023)

REFERENCIAL TEÓRICO

Modelagem Matemática, numa visão geral, pode ser definida como um processo de construção de modelos matemáticos que buscam representar fenômenos reais, com o objetivo de compreendê-los e solucionar problemas. Bassanezi (2002) a define como “a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p. 16). A Modelagem Matemática é essencial para o desenvolvimento de soluções para problemas e para a compreensão de fenômenos naturais e sociais.

No contexto educacional, Biembengut (2013) defende que é uma metodologia de ensino capaz de desenvolver habilidades e competências nos estudantes, tais como a capacidade de análise e resolução de problemas, a criatividade, a comunicação e a cooperação. A introdução gradativa de atividades de modelagem tem se mostrado adequada em experiências realizadas, pois permite aos estudantes desenvolverem a habilidade de modelar.

No que se refere ao ensino de sistemas de equações lineares, Lima (2007) expõe que o tema é um tópico de grande interesse prático, visto que o estudo é acessível aos estudantes, pois não requer o emprego de conceitos sutis ou complicados. O autor argumenta que o tópico de estudo pode servir como ponto de partida para diversas teorias matemáticas relevantes e atuais. Na visão de Lima (2007) sobre o tópico sistema de equações lineares “é mais do que

justa sua inclusão nos currículos escolares, entretanto, sua abordagem nos fundamentos adotados em nossas escolas é, na maioria das vezes, obsoleta, árida e desmotivada” (p.99).

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), documento normativo que proporciona diretrizes claras para a elaboração de currículos escolares em todo o país, propõe cinco unidades temáticas, sendo: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Ressalta-se que o conceito de sistema de equações lineares está inserido na unidade Álgebra, unidade que tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico, generalização, a análise de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações e inequações.

Diante do exposto, evidencia-se duas habilidades citadas na BNCC (BRASIL, 2018), sendo estas: “(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso” (p. 313) e “(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações” (p. 313).

Além das habilidades, a BNCC (BRASIL, 2018) também aponta como uma competência específica da Matemática a de “utilizar processos e ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p.267).

Na próxima seção será descrita a análise da atividade, buscando compreender as potencialidades esperadas, considerando a metodologia utilizada e atendendo as exigências da BNCC.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A situação foi aplicada com as turmas do 8º ano A e B do Ensino Fundamental do turno matutino da Escola Estadual Aline Picheth. Inicialmente serão apresentadas as considerações de cada turma de forma individual, em seguida, uma análise de forma geral.

A primeira turma (8º ano A) realizou a atividade em apenas uma aula (50 minutos), ressalta-se que esta turma obteve resultados produtivos apesar da diferença de tempo, visto que a segunda turma (8º ano B) teve duas aulas para a realização, isto justifica-se por conta do

horário de aulas da professora regente. Por questões de prazos, a turma do 8º ano A, não chegou no momento 2 até a escrita deste trabalho.

Para fins de organizar a análise, iremos dividir a atividade em alguns momentos, que chamaremos momentos 1.a, 1.b, 1.c e momento 2.

O momento 1.a se refere a situação: Uma fatia de pizza e um copo de suco, custando no total R\$9,00. Neste momento, foi solicitado aos estudantes que atribuíssem alguns valores para a fatia de pizza e para o suco, de maneira que satisfizesse a promoção, em seguida, solicitado que estes tentassem expressar a situação através de uma equação, utilizando as letras X para a fatia de pizza e Y para o suco. Pode-se observar exemplos do desenvolvimento dos estudantes no preenchimento da tabela do momento 1.a e na transcrição em escrita algébrica, na Figura 2 e Figura 3, respectivamente.

Figura 2 - Estudantes preenchendo a tabela da situação 1.a.

Valor da fatia de pizza	Valor do suco	Total do lanche
R\$ 4,00	R\$ 5,00	R\$ 9,00
R\$ 3,00	R\$ 6,00	R\$ 9,00
R\$ 5,00	R\$ 4,00	R\$ 9,00
R\$ 2,00	R\$ 7,00	R\$ 9,00
R\$ 6,00	R\$ 3,00	R\$ 9,00

Fonte: Acervo próprio (2023)

Figura 3 - Estudantes expressando algebricamente a situação 1.a.

Agora tente representar essa situação através de uma equação. (Utilizando as letras X para a fatia de pizza e Y para o suco.)

$$\text{Pizza} = X \quad \text{Suco} = Y \quad x + y = 9,00$$

Fonte: Acervo próprio (2023)

No momento 1.b acrescentou uma nova restrição sobre os valores da fatia de pizza e do suco, sendo esta: com o dinheiro da fatia de pizza daria para comprar outro suco e ainda sobraria R\$3,00. Novamente, os estudantes teriam de atribuir valores para os elementos de forma que satisfizesse essa nova condição, com isso expressá-la através de uma equação, utilizando as mesmas incógnitas X para a fatia de pizza e Y para o suco. Pode-se observar o desenvolvimento dos estudantes no preenchimento da tabela do momento 1.b e na transcrição em escrita algébrica, na Figura 4 e Figura 5, respectivamente.

Figura 4: Estudantes do 8º ano B preenchendo a tabela do momento 1.b.

Valor da fatia de pizza	Valor do suco	Valor da fatia de pizza menos o valor do suco
R\$ 6,00	R\$ 3,00	R\$ 3,00
R\$ 7,00	R\$ 4,00	R\$ 3,00
R\$ 5,00	R\$ 2,00	R\$ 3,00
R\$ 9,00	R\$ 6,00	R\$ 3,00
R\$ 4,50	R\$ 1,50	R\$ 3,00

Fonte: Acervo próprio (2023)

Figura 5 : Estudantes expressando algebricamente a situação 1.b.

Vocês conseguem representar essa situação através de uma equação? (Utilizando as letras X para a fatia de pizza e Y para o suco).

$$X - Y = 3$$

Fonte: Acervo próprio (2023)

No momento 1.c, os estudantes foram questionados se conseguiam encontrar algum valor que satisfizesse as duas equações ao mesmo tempo. Deveriam analisá-las e assim teriam condições de resolver o problema, utilizando sistemas de equações. Pode-se observar o desenvolvimento de um grupo de estudantes no preenchimento da tabela do momento 1.c na Figura 6, é interessante destacar que esta foi a única equipe que concluiu que existem infinitas soluções que satisfazem a primeira equação e infinitas soluções que satisfazem a segunda equação.

Figura 6: Estudantes do 8º ano B preenchendo a tabela do momento 1.c.

Resgate alguns valores colocados nas duas tabelas anteriores para analisar os dados.

Valor da fatia de pizza	Valor do suco	Valor da fatia de pizza menos o valor do suco	Total do lanche
R\$ 6,00	R\$ 3,00	R\$ 3,00	R\$ 9,00
R\$ 9,00	R\$ 6,00	R\$ 3,00	R\$
R\$ 7,00	R\$ 2,00	R\$	R\$ 9,00
R\$ 8,00	R\$ 5,00	R\$ 3,00	R\$
R\$ 5,00	R\$ 4,00	R\$	R\$ 9,00

Quantos valores desconhecidos satisfaziam a primeira equação? Infinitas

E a segunda equação? Infinitas

Existe algum valor que satisfaça as duas equações ao mesmo tempo? P=6 S=3

Fonte: Acervo próprio (2023)



Por fim, o momento 2 referia-se às situações: Um hambúrguer e três refrigerantes custando R\$33,00 e três hambúrgueres e um refrigerante custando R\$43,00, acompanhadas apenas do questionamento: “O que podemos concluir sobre o preço do hambúrguer e do refrigerante?”. A intenção era deixar livre para que os estudantes escolhessem a estratégia que iriam utilizar para encontrar os valores do hambúrguer e do refrigerante, poderiam repetir o processo feito na situação anterior, atribuir valores aos elementos de forma que mantivesse válida a igualdade, montar tabelas e analisar as possibilidades, ou partir direto para uma representação algébrica do problema. A seguir, pode-se observar exemplos do desenvolvimento dos estudantes no momento 2. Na Figura 7, chamamos a atenção para a observação colocada por um estudante do grupo, onde ele concluiu que o preço do hambúrguer estava estimado entre R\$10,00 e R\$15,00, pois se fosse abaixo de R\$10,00 resultaria em um preço abusivo para o refrigerante, e se o hambúrguer fosse acima de R\$15,00, ultrapassaria o valor da promoção. Na Figura 8, vemos como estudantes expressaram a situação através de sistema de equações lineares e utilizaram o método de substituição para resolvê-lo.

Figura 7: Estudantes realizando a proposta do momento 2.

Parte 2: Agora, vamos analisar as outras promoções: Um hambúrguer e três refrigerantes custando R\$33,00 e três hambúrgueres e um refrigerante custando R\$43,00.

O que podemos concluir sobre o preço do hambúrguer e do refrigerante?

$x + y + y + y = 33$	2	$x + x + x + y = 43$	Descobrimos os mínimos por estimativa, exemplo: entre 10 e 15 R\$.
$12 + 7 + 7 + 7 = 33$	0	$12 + 12 + 12 + 7 = 43$	
Preço 1		Preço 2	

Fonte: Acervo próprio (2023)



Figura 8: Estudantes estruturando o sistema de equações do momento 2.

$$\begin{aligned}
 \text{Pizza} \rightarrow y &\rightarrow 3 \cdot (33 - 3y) + y = 43 \\
 &99 - 9y + y = 43 \\
 &99 - 8y = 43 \\
 8y &= 99 - 43 \\
 8y &= 56 \\
 \frac{56}{8} &= 7 \\
 y &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{hamburguer} \rightarrow x &= 43 \\
 &- 7 \\
 &= 36
 \end{aligned}$$

Fonte: Acervo próprio (2023)

Importante destacar que a professora regente das turmas já havia retomado, antes da aplicação dessa atividade, o conceito de sistemas de equações lineares e os métodos pelos quais se é possível resolvê-los.

A turma do 8º ano A não apresentou grandes dificuldades em compreender os momentos 1.a, 1.b e 1.c, alguns estudantes chegaram na resposta antes mesmo de atribuir valores aleatórios na segunda condição, pois perceberam que havia apenas um valor capaz de satisfazer as duas condições ao mesmo tempo.

Contudo, pela observação da turma como um todo, fomos capazes de pontuar algumas dificuldades, uma delas foi com relação a interpretação da segunda condição, a dificuldade não era encontrar valores que a satisfizesse, mas sim compreender o que matematicamente significava que “o dinheiro da fatia de pizza daria para comprar outro suco e ainda sobraria R\$3,00”.

Com isto, é possível compreender a importância da metodologia de Modelagem Matemática, e da utilização recorrente desta, pois possibilita que o estudante desenvolva a habilidade de enxergar e transformar situações da realidade em problemas matemáticos.

A turma do 8º ano B, tem como característica ser uma turma mais agitada, e também percebeu-se ao longo do acompanhamento com esta, que os estudantes demoram um pouco para entrar no ritmo da aula, como consequência disto, demoraram mais tempo para compreender os momentos 1.a, 1.b e 1.c, principalmente o momento 1.b. Apresentou-se a mesma dificuldade em interpretar matematicamente a segunda condição.

Pode-se notar também a dificuldade em desvencilhar a primeira tabela da segunda tabela, alguns estudantes perceberam rapidamente que havia apenas um valor de X e um valor

de Y que satisfizesse as duas condições ao mesmo tempo, outros estudantes não chegaram direto a esta conclusão, mas perceberam que havia uma incoerência em atribuir valores para a segunda condição sem que estes valores satisfizesse a primeira, e teve um grupo, que apesar de atribuírem os mesmos valores na primeira e na segunda condição, não conseguiram compreender que estes eram a solução do problema.

O ponto que mais chamou a atenção nesta turma foi no momento 2. Grande parte dos estudantes não conseguiu associar o problema com um sistema de equações lineares, situação que reafirma o que Lima (2007) apresenta sobre a abordagem desse tema nas escolas ser desatualizada e desmotivadora. O método que os estudantes utilizaram nesta resolução foi estimar valores e, por meio de tentativa e erro, encontrar o valor que encaixasse na situação.

Após a intervenção das residentes, alguns grupos de estudantes compreenderam que se tratava de um problema que poderia ser resolvido através de sistemas de equações lineares, mas ainda sim tiveram dificuldades de expressá-lo matematicamente, apesar de terem feito isso nos momentos anteriores.

Mais uma vez enfatizamos as ideias defendidas por Biembengut (2013) a respeito dos benefícios da participação em atividades de Modelagem Matemática. Ela argumenta que essa prática oferece aos estudantes uma oportunidade crescente de aprimorar suas capacidades na execução de modelagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a proposta da situação, os objetivos, as ações realizadas e os resultados é possível concluir a importância da introdução da Modelagem Matemática no ensino básico, acredita-se que esta revelou potencial do uso desta metodologia em despertar o interesse e engajamento dos estudantes, uma vez que eles poderão perceber a aplicabilidade dos conceitos matemáticos no contexto real.

Desenvolver atividades de Modelagem Matemática, na abordagem dos sistemas de equações lineares, possibilita aprimorar habilidades de ensino, bem como ampliar a compreensão dos conceitos em sistemas de equações lineares, visto que ainda existem dúvidas e falhas na execução dos métodos de solução, assim como transformar uma situação lúdica ou cotidiana em um problema matemático.

Dessa forma, a atividade mapeou os pontos que podem ser melhorados, diante disso auxilia na criação de um planejamento didático para retomar conceitos que não estão nítidos

para os estudantes. Esse conhecimento e experiência adquiridos serão valiosos na atuação como educadoras, possibilitando uma abordagem mais dinâmica e contextualizada.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro concedido por meio da bolsa do Programa Residência Pedagógica durante todo o período do programa.

Agradecemos à professora Dra. Luciana Schreiner de Oliveira por todo o apoio.

À Escola Estadual Aline Picheth e à professora preceptora Ms. Valderéz Aparecida Aluiz Amin pela receptividade e disponibilidade.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo, Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Sallet.; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

LIMA, Elon Lages et al. **Matemática e ensino**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.

SILVA, Milton Roberto Pereira da. **Uma abordagem de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas**. Dissertação Mestrado - Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro, 2017.