

Análise da Abordagem de Volume em Livros Didáticos de Matemática para o Ensino Médio

Leonardo Bernardo de Morais¹

Paula Moreira Baltar Bellemain²

Resumo

Os processos de medição são inerentes às diferentes culturas, nos diferentes momentos de vida e cumprem um papel importante no meio social, nas tecnologias e na ciência. Diante disso, as Grandezas e Medidas têm se constituído num tema relevante de estudo, pois em tarefas cotidianas e no exercício das diversas profissões encontramos atividades que envolvem grandezas como construção civil, plantações, culinária, etc. Na matemática escolar, sua importância se dar também pela articulação com outros campos como o da geometria e o de números e operações, assim como pelas conexões com outras disciplinas. Essa pesquisa investiga a abordagem da grandeza volume nos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio. Analisaremos as 7 coleções aprovadas no PNLD 2012 (Brasil, 2011), buscando identificar como essas coleções abordam volume. O marco teórico da pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais.

Palavras-chave: grandezas e medidas, livro didático, teoria dos campos conceituais, volume;

Introdução

O ensino da grandeza volume percorre parte da educação básica. Nos 1º e 2º ciclos, por exemplo, sugere-se o trabalho com instrumentos de medidas conhecidos como recipientes de um litro, e o reconhecimento e uso de unidades de medidas como litro e mililitro (Brasil, 1997). Nos 3º e 4º ciclos são sugeridos, dentre outros conteúdos, resoluções de problemas envolvendo a grandeza volume e as unidades de medida, cálculo de volume de paralelepípedos retângulos por contagem de cubinhos e de prismas retos por composição/decomposição (Brasil, 1998). Por fim, no ensino médio sugere-se, dentre outras coisas, identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (Brasil, 2002). Nota-se, portanto, a presença da grandeza volume durante a escolaridade básica.

A grandeza volume tem um papel de destaque não apenas no contexto matemático, mas também nas práticas sociais desde as civilizações antigas. O cálculo de volume de sólidos, assim como diversos conteúdos matemáticos, surgiu da necessidade de resolver

¹ leonardob.morais@gmail.com - Aluno do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC – Centro de Educação - UFPE.

² paula.baltar@terra.com.br – Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC – Centro de Educação – UFPE.

problemas do cotidiano. Os egípcios, por exemplo, já calculavam volume de depósitos para estocagem de alimentos e para fins de comércio (Lima, 1997).

Na sociedade atual, a utilização desse conhecimento não é menos importante, pois seu uso se encontra presente em diversas atividades como agricultura (transporte e estocagem de alimentos) e construção civil (aquisição de areia e volume de água a ser usado). No contexto intra-matemático, problemas relativos à medida das grandezas comprimento, área e volume, estão na origem das ideias de número racional e irracional e na noção intuitiva de integral. Por exemplo, foi a partir da medição abstrata da diagonal de um quadrado de lado unitário que surgiu a necessidade de ampliação dos racionais, implicando na emergência dos números reais (Brasil, 2011). Portanto, esses fatos, reforçam a importância do ensino e da aprendizagem desse conteúdo na escola.

O ensino de Matemática na educação básica é subsidiado pelo livro didático, o qual está presente em grande parte das escolas brasileiras, tendo em vista que o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) tem abrangência nacional. Portanto, possivelmente, é o recurso mais utilizado pelos alunos e professores das escolas públicas no ensino dessa disciplina. Além disso, sua importância se dá também por ser, muitas vezes, um instrumento norteador do professor tanto na sequência de ensino quanto na abordagem dos conteúdos.

Alguns livros didáticos (Dante, 2007; Soares & Ribeiro, 2007), introduzem no 9º ano fórmulas para o cálculo de volume de sólidos geométricos como cilindro, pirâmide, cone e esfera. Mas é no ensino médio que esse conteúdo é retomado e aprofundado, pois nesse nível de ensino, sugere-se a consolidação dos conceitos aprendidos na etapa anterior, assim como a compreensão e aplicação das fórmulas de volume (Brasil, 2002).

Diante disso, cabe questionar como é conduzido o trabalho sobre volume no ensino médio? Quais as fórmulas trabalhadas? Como é justificada a validade dessas fórmulas? O princípio de Cavalieri é explorado? Essas questões remetem a uma análise dos livros didáticos para o ensino médio, a fim de compreender a abordagem de volume proposta nesse recurso didático.

Objetivo geral

- Analisar a abordagem da grandeza volume nos livros didáticos de Matemática para o ensino médio aprovados no PNLD 2012.

Objetivos específicos

- Mapear as situações que abordam volume em livros didáticos do ensino médio;
- Classificar as situações identificadas;
- Identificar as propriedades do conceito de volume exploradas nos livros didáticos de ensino médio.
- Analisar o uso das representações simbólicas na abordagem de volume.

Fundamentação teórica

Este trabalho insere-se num conjunto de pesquisas sobre ensino-aprendizagem das grandezas e medidas, em particular, as grandezas geométricas comprimento, área e volume que vêm sendo desenvolvidas, desde 2000, pelo grupo de pesquisa Pró-Grandezas³.

Nosso aporte teórico parte dos trabalhos de Gérard Vergnaud (1983, 1990), com a Teoria dos Campos Conceituais e um artigo publicado na revista francesa *Recherches en Didactique des Mathématiques* (RDM, vol. 4, 1983) sobre a didática da aquisição do conceito de volume, os trabalhos de Bellemain & Lima (2002) e de Douady & Perrin-Glorian (1989), os quais propõem um modelo didático para a construção do conceito de área que consiste em distinguir três quadros: quadro geométrico (figuras geométricas), quadro das grandezas (área) e quadro numérico (medida).

Esse modelo foi adotado por várias pesquisas posteriores (Lima, 1995, Baltar, 1996, Bellemain e Lima, 2002, Teles, 2007) e sua abrangência foi ampliada para o estudo da conceitualização de outras grandezas como comprimento (Barbosa, 2007) e volume (Oliveira, 2002, 2007; Barros, 2002).

Esta pesquisa também se apoia na Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990). Vergnaud define um campo conceitual como um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas conectadas entre si. Trata-se de uma teoria cognitivista que objetiva fornecer um quadro coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento da aprendizagem de competências complexas (Vergnaud, 1990). O campo conceitual das grandezas e medidas

³ Grupo de pesquisa do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco. Liderado pelos professores Dr. Paulo Figueiredo Lima e Dr^a Paula Moreira Baltar Bellemain.

é extremamente vasto e sua análise remete à identificação, dentre outras grandezas, a das geométricas, na qual volume está inserido.

O estudo do desenvolvimento de um campo conceitual, segundo esta teoria, requer que um conceito seja visto como formado por uma terna de conjuntos (S, I, R), onde: S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito, I é conjunto de invariantes operatórios (propriedades, objetos, relações) que podem ser reconhecidas e usadas pelo sujeito para analisar e dominar essas situações e R é conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Portanto, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais, estabelecemos os objetivos dessa pesquisa já explicitados.

Revisão de literatura

Baseado em pesquisas anteriores, pode-se observar algumas dificuldades frequentemente encontrados pelos alunos na aquisição do conceito de volume. Barros (2002) e Oliveira (2002) constataram que os alunos têm tendência em confundir volume e massa (peso) e que separam frequentemente os conceitos de volume e capacidade. A pouca variedade de situações no ensino de volume, sobretudo, nos livros didáticos tem acarretado no insucesso dos alunos na resolução de problemas que requerem a mobilização de novos conhecimentos para serem resolvidos. Por exemplo, alguns livros trabalham volume no 6º ano apenas com prismas retos de base retangular e ao se deparar com outros sólidos, o aluno não consegue dominar e resolver o problema com êxito.

Morais & Bellemain (2009) realizaram uma análise da abordagem de volume em livros didáticos para os anos finais do ensino fundamental. Nesse trabalho, foram selecionadas cinco coleções do guia do PNLD 2008 (Brasil, 2007), nas quais foram mapeadas as situações que trabalhavam o conceito de volume e foi feita uma análise dessas situações, do ponto de vista do campo conceitual das grandezas geométricas e suas medidas (distinção e articulação entre os quadros geométrico, numérico e das grandezas).

Nessa pesquisa constatou-se que volume ainda é pouco trabalhado nos anos finais do ensino fundamental. Nas coleções analisadas, é explorado o aspecto unidimensional de volume, conectado com o campo conceitual aditivo, por meio da contagem de cubinhos. Porém, a passagem para o campo conceitual multiplicativo, onde volume é entendido como

uma grandeza tridimensional é feita sem conexão clara com os procedimentos previamente discutidos pela maioria das coleções analisadas.

Alguns indícios tímidos de articulação e dissociação entre os sólidos geométricos, a grandeza volume e as medidas de volume (modelo didático inspirado em Douady & Perrin-Glorian, 1989) foram observados, mas os livros não chamam a devida atenção para essa questão, podendo passar despercebida até mesmo pelo professor.

Diante disso, a abordagem de volume nas coleções de livros didáticos de matemática para os anos finais do ensino fundamental não parece destinar atenção suficiente aos aspectos apontados por Barros (2002) e Oliveira (2002) como fonte de dificuldades para os alunos, ou seja, a articulação e dissociação entre capacidade e volume, entre massa e volume, entre os aspectos unidimensional e tridimensional do volume e entre as figuras e as grandezas envolvidas.

Outro resultado constatado foi que nenhuma coleção analisada trabalha de modo explícito com a mudança no domínio numérico das medidas (dos naturais para os racionais positivos), ou seja, a validade da fórmula do volume de um prisma reto retângulo, quando as medidas de comprimento de suas arestas são racionais positivas é admitida, em geral nos exercícios sem nenhuma justificativa.

As pesquisas supracitadas, embora algumas delas tenham sido desenvolvidas no âmbito do ensino fundamental, darão suporte para uma análise da abordagem de volume nos livros didáticos para o ensino médio.

Metodologia

A pesquisa consistirá em analisar as 7 coleções aprovadas no PNLD 2012 (Brasil, 2011) listadas abaixo:

Coleções aprovadas no PNLD 2012
Conexões com a Matemática - Juliane Matsubara Barroso - Editora Moderna.
Matemática – Contexto & Aplicações - Luiz Roberto Dante - Editora Ática.
Matemática – Paiva - Manoel Paiva - Editora Moderna.
Matemática Ciência e Aplicações - David Degenszajn, Gelson Iezzi, Nilze de Almeida, Osvaldo Dolce, Roberto Périgo - Editora Saraiva.
Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia - Jackson Ribeiro - Editora Scipione.
Matemática Ensino Médio - Maria Ignez Diniz, Kátia Stocco Smole - Editora Saraiva.
Novo Olhar – Matemática - Joamir Souza - Ed. FTD.

A construção precisa dos critérios de análise se baseia na revisão de literatura, na varredura das coleções, mas também nas críticas e indicações que constam no guia do livro didático do PNLD 2012.

O guia do PNLD (Brasil, 2011) chama a atenção para os procedimentos de resolução de problemas envolvendo grandezas. Algumas coleções ao calcular a área de um retângulo, por exemplo, com “base” e “altura” medindo 3m e 4m, respectivamente, o fazem utilizando o seguinte procedimento: $A = 3 \times 4 = 12 \text{ m}^2$. O descuido, nesse caso, acontece porque de um lado se tem um número (3X4) e do outro uma grandeza (12m²).

Em outras situações, algumas coleções não trazem de forma pertinente a justificativa para a fórmula dos prismas, particularmente o paralelepípedo retângulo. Nos problemas em que as medidas das arestas são incomensuráveis, a validade da fórmula não se aplica pelo procedimento apresentado. Nesse sentido, o guia do PNLD considera importante recorrer ao princípio de Cavalieri para calcular o volume de sólidos que, de outra maneira, exigiriam métodos infinitesimais. Porém, algumas coleções não explicitam os procedimentos que garantem a validade dessa ferramenta como a igualdade das áreas das seções dos sólidos.

Outro aspecto que pretendemos investigar nessa pesquisa é a abordagem de volume enquanto grandeza tridimensional, apontada pelo guia do PNLD como análise dimensional. Conforme já descrito acima, no ensino fundamental algumas coleções trabalham a dimensionalidade da grandeza volume, entretanto, não apresentam um estudo consistente.

O ensino médio é um momento particularmente importante para retomada desse estudo pela existência das grandezas intensivas, ou seja, aquelas que são razão de duas grandezas distintas como velocidade, aceleração, preço unitário, etc.

A partir das considerações apontadas no guia do PNLD em relação ao tratamento dado à grandeza volume pelos livros didáticos, será construído um roteiro de análise, onde delimitaremos as variáveis que nortearão essa análise de forma mais minuciosa, tendo em vista os objetivos dessa pesquisa conforme indicado anteriormente.

Considerações finais

Realizamos uma primeira leitura do guia do PNLD, onde identificamos quantitativamente como a grandeza em foco está distribuída nas coleções (ano, capítulo, número de páginas, eixo de conteúdos). A tabela abaixo mostra como esse conteúdo está estruturado em cada coleção:

	Coleção A	Coleção B	Coleção C	Coleção D	Coleção E	Coleção F	Coleção G
Ano	2º ano	2º ano	2º ano	2º ano	3º ano	2º ano	3º ano
Capítulos	6 e 7/11	11 e 12/14	13 e 14/15	10, 11, 12, 13 e 14/17	4/9	11/14	3 e 4/8
Eixo de conteúdos	Geometria	Geometria	Geometria	Geometria	Geometria	Geometria Espacial	Geometria
Nº de páginas	70/440	70/384	51/312	76/320	41/376	48/448	78/320

Tabela 1: distribuição do conteúdo nas coleções.

A partir da leitura da tabela 1, pode-se inferir uma tendência a situar o trabalho com volume nos capítulos finais dos livros. Essa tendência já havia sido observada em livros de 9º ano (Morais e Bellemain, 2010), aprovados no PNLD 2008 (Brasil, 2007). Enquanto no ensino fundamental esse conteúdo é trabalhado no bloco das Grandezas e Medidas, no ensino médio ele se insere no eixo da Geometria. E em relação ao número de páginas, contabilizamos aquelas em que trata da geometria espacial, o que não necessariamente corresponde ao cálculo de volume apenas.

Diante desses dados, cabe levantar algumas questões: Quais as implicações da abordagem da grandeza volume no campo geométrico? Concentrar o estudo dessa grandeza em um único ano limita seu estudo? As abordagens são suficientes para a apropriação dos conceitos em jogo? Após a análise minuciosa das coleções, etapa posterior dessa pesquisa, pode-se responder a essas questões.

Para finalizar, essa pesquisa, a qual vem sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – CE – UFPE, partirá das “provocações” levantadas pelo guia do PNLD (Brasil, 2011). No entanto, a delimitação dos critérios de análise que irão constituir um roteiro mais sistemático para análise dos documentos e livros didáticos, está ainda em construção.

Referências

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d’aire de surface planes: une étude de l’acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma seqüência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2002.

BARROS, J. S. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental: um estudo exploratório**. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação), Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, UFPE, 2002.

Bellemain, P. M. B. & Lima, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: SBHMat, 2002.

BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática** / Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental**. Brasília, 1998.

_____. **Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2002.

_____. **Secretaria da Educação Média e Tecnológica. PCN+: Ensino Médio – orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002.

_____. **Ministério da Educação. Guia de Livros Didáticos PNLD 2008: Matemática. Ministério da Educação**. Brasília: MEC, 2007.

_____. **Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – Matemática (PNLEM)**. Brasília: MEC, 2009.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática: Ensino Fundamental**. Livro do professor – São Paulo: Ática, 2007.

DOUADY R.; PERRIN-GLORIAN M.-J. **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane**. In: Educational Studies in Mathematics. vol.20, n. 4, p. 387-424, 1989.

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria**. 2ª Edição, Publicação SBM, 1997.

LIMA, P. F. Considerações sobre o Ensino do conceito de área. In: **Anais da I Semana de estudos em Psicologia da Educação Matemática** Recife: UFPE, 1995.

MORAIS, L. B.; BELLEMAIN, P. M. **Análise da abordagem do conceito de volume nos livros didáticos de matemática para as séries finais do ensino fundamental sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. Iniciação Científica – CNPq - UFPE, 2010.

OLIVEIRA, G. R. F. **Construção do Conceito de Volume no Ensino Fundamental: um estudo de caso**. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2002.

SOARES, E. & RIBEIRO, J. S. **Construindo Consciências Matemática**. 1 ed. São Paulo – Scipione, 2007.

TELES, R. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas**. Recife, 2007. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2007.

VERGNAUD, G., ROUCHIER, A., DESMOULIERES, S., LANDRE, C. MARTHE, P. RICCO, G. SAMURÇAY, R. ROGALSKI, J. VIALA, A. **Une expérience didactique sur le concept de volume en classe de cinquième (12 à 13 ans)** Recherches em Didactique des Mathématiques – RDM, v. 4, n°1. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1983. pp. 71-120.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels**. Recherches em Didactique des Mathématiques – RDM, v. 10, n° 2, 3. pp. 133 – 170, Grenoble, 1990.