

Ressignificando o Ensino-Aprendizagem de Análise Combinatória

Adeilson Pereira da Silva¹
Silvanio de Andrade²

RESUMO

Refletir sobre a sala de aula e todos os elementos pertinentes a ela não é nada simples. Neste trabalho vamos discutir um pouco sobre o processo ensino-aprendizagem de Análise Combinatória observando dissertações referentes ao tema, tendo a preocupação de destacar a metodologia abordada, as considerações e dificuldades apontadas, além de se apropriar de uma intervenção em sala de aula. A pesquisa serve de fonte de conhecimento para professores realizarem estudos referentes à Análise Combinatória, apontando considerações fruto de um olhar para a própria prática. Trata-se de uma pesquisa pedagógica em andamento numa turma de 2º ano do Ensino Médio que desenvolveu uma intervenção fazendo uso de um ensino através da resolução de problemas, no momento, a pesquisa está no recolhimento e organização dos dados.

Palavras-chave: Análise Combinatória, Professor-pesquisador, Resolução de Problemas.

Ao se tratar do processo ensino-aprendizagem de Análise Combinatória não se pode deixar de refletir sobre as contribuições da Didática da Matemática, porém não esqueçamos que uma proposta generalista acaba deixando de lado questões específicas deste conteúdo.

Mesmo com as crescentes pesquisas no âmbito acadêmico quanto aos métodos e recursos didáticos no processo ensino aprendizagem, falar em um bom rendimento no ensino de matemática, e especificamente em aprendizagem de Análise Combinatória, é algo que ainda temos que galgar. A relação entre o professor, o aluno e o saber pode ser um campo de pesquisa para compreender essas dificuldades e encontrar soluções para uma prática pedagógica que resulte numa aprendizagem com compreensão.

É comum, em análise combinatória, os alunos se reportarem às fórmulas e à sua aplicação na resolução de casos isolados do que compreenderem o por quê do procedimento adotado. É necessária uma prática que favoreça ao aluno entender o procedimento adotado a partir dos conhecimentos prévios para que o aluno não sobreponha

¹Mestrando da UEPB – adeilson-p@hotmail.com

² Orientador UEPB – silvanio@usp.br

um conceito sobre o outro, apenas com o objetivo de adquirir êxito nos exames, sem uma mudança nas estruturas mentais.

Vergnaud (2007) esclarece que os processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com as quais se defronta. Para ele, são as situações que dão sentido aos conceitos, mas o sentido não está nas situações em si. Um conceito torna-se significativo para um sujeito através de uma variedade de situações e diferentes aspectos de um mesmo conceito quando estão envolvidos em distintas situações. Do mesmo modo, uma situação nunca pode ser analisada através de um só conceito, sendo esta a razão pela qual se deve estudar campos conceptuais e não situações isoladas ou conceitos isolados.

No processo ensino-aprendizagem o aluno torna-se o sujeito de sua aprendizagem, é quem realiza a ação e não alguém que sofre ou recebe uma ação. Como a aprendizagem resulta das ações de um sujeito, não pode, portanto ser resultado de qualquer ação sendo necessária uma interação entre sujeito e meio ao redor.

Ao se tratar da resolução de problemas podemos acreditar que esta está intimamente ligada a um conjunto de possibilidades de exploração na formação conceitual, portanto, cabe perceber que a reconstrução da matemática condiz à utilização de diferentes linguagens para aprender significados, transformá-los e combiná-los para construção de novas aprendizagens gerando até novas reflexões sobre os mesmos significados. Logo, a resolução de problemas no ensino de Matemática envolve compreensão de uma situação que exige a resolução, a identificação de dados, a mobilização de outros conhecimentos, a elaboração de estratégias ou procedimentos, a organização da informação, o teste da validade da resposta e mesmo a formulação de outras situações-problema.

Para isso, aprofundamento e atualização de conceitos e estratégias didático-pedagógicas com a proposta de estudar a construção e propor possibilidades de exploração deste conteúdo tornam-se uma prática necessária na prática de quem trabalha com o ensino aprendizagem de combinatória. Concordando com as palavras de Freire, “é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática” (FREIRE,1998). Uma boa parte das ações ocorridas em sala de aula é decorrida da

experiência do docente quanto aluno, levando a imitar as atitudes dos seus professores com os quais estudou durante a vida.

No cotidiano da sala de aula, é comum observar professores de Matemática manterem distância quanto a ensinar Análise Combinatória, geralmente deixando para o final do ano ou, até mesmo, evitando lecionar, com a argumentação de não possuir conhecimento aprofundado ou dos alunos apresentarem muita dificuldades.

Pesquisas como a de Sturn(1999), Esteves (2001), Dornelas (2004), Sabo (2007) indicam uma abordagem que priorize a apresentação do ensino de Análise Combinatória a partir do Princípio Fundamental de Contagem como foco do processo ensino-aprendizagem de Análise Combinatória beneficiando a resolução de situações problemas como numa seqüência didática para a construção dos conceitos de Arranjo, Permutação e Combinação.

Em sua monografia de especialização, Sabo (2007), analisou, em livros didáticos do ensino médio, o conteúdo de análise combinatória e concluiu que

as análises realizadas neste trabalho evidenciam que esses signos são expressos, na maioria das vezes, por fórmulas algébricas tecnicistas, seguidas por seqüências de exercícios, nos quais, as técnicas de resoluções são repetitivas. (sabo, 2007, p.52)

Numa perspectiva crítica da matemática, temos que ressaltar que não há nos livros didáticos um esforço em levar o aluno a refletir sobre sua própria prática tornando o aluno um mero reprodutor das relações estabelecidas, ao invés de ser coparticipante do processo de conceitualização. sabo ainda acrescenta

Então, podemos concluir, com relação às técnicas analisadas nesses livros didáticos, que os alunos, apenas, manipulam os procedimentos, utilizando, para isso, algumas técnicas de resoluções que lhe são oferecidas de forma cabal, mas não são compreendidas de fato. (sabo, 2007, p.52)

Numa outra pesquisa Esteves (2001) elaborou uma pesquisa com dois grupos, um experimental e outro de referência, os quais estudaram a introdução de análise combinatória com abordagens diferentes, para o primeiro grupo foi utilizada uma proposta

elaborada por ela em que as fórmulas não foram apresentadas, assim como as definições e nomenclaturas foram apresentadas no último encontro da sequência e para o segundo grupo foi apresentada a abordagem comumente utilizada.

[...] isto é, acreditamos na necessidade de o aluno iniciar trabalhando com situações-problema, usando um caminho intuitivo e, aos poucos, introduzirmos situações mais complexas, onde poderemos institucionalizar o conceito introduzindo, ou não, as fórmulas. (esteves, 2001, p. 33)

A postura de iniciar o trabalho com situações problemas e explorá-los, buscando a formação conceitual através dos problemas é uma quebra do paradigma comumente usado em que se apresentam as definições para depois trabalhar a técnica com exercícios repetitivos.

DEFINIÇÃO – EXEMPLOS – EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO – APLICAÇÃO ESQUEMA1

Na tentativa de propor uma abordagem alternativa Sturn (1999) elaborou uma pesquisa com alunos da 2ª série do ensino médio para identificar as possibilidades e limites com relação ao ensino/aprendizagem da proposta, no sentido de colaborar nas futuras pesquisas em análise combinatória, neste trabalho, ele chama de abordagem alternativa pelo fato de priorizar o pensamento combinatório ao invés da ênfase nas fórmulas. um dos resultados apontados é que o princípio multiplicativo como estratégia propiciou que as fórmulas de arranjo e de permutação fossem aprendidas de modo natural, compreendendo a fórmula como apenas mais um auxílio na resolução dos exercícios tendo a sistematização como síntese dos trabalhos anteriores.

Mesmo com as pesquisas mais recentes quanto ao ensino-aprendizagem de conteúdos de Matemática os alunos mantêm um desenvolvimento aquém daquele desejado. Isso faz-nos pensar na quantidade de trabalhos desenvolvidos na linha de pesquisa de formação de conceitos e que orientações didáticas generalistas abandonam a especificidade de certos conteúdos.

É observável nos OCN'S (Orientações Curriculares Nacionais) para o Ensino Médio volume 2 : Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, recomendações quanto ao ensino de Análise Combinatória,

A combinatória não tem apenas a função de auxiliar o cálculo das probabilidades, mas tem inter-relação estreita entre as idéias de experimento composto a partir de um espaço amostral discreto e as operações combinatórias. [...] A utilização do diagrama de árvores é importante para clarear a conexão entre os experimentos compostos e a combinatória, pois permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento. (BRASIL, 2006).

Ainda quanto ao ensino-aprendizagem de Análise Combinatória, Gardiner (1991), evidencia como estratégia de ensino para a Matemática Discreta escolar a aplicação de problemas que façam uso de uma variedade diferente de soluções, proporcionando a exemplificação de certo número de princípios fundamentais, ou seja, os alunos começam por tentar construir uma solução própria e vivenciar algumas dificuldades que surgem, a medida que o tamanho do problema cresce o estudante pode melhorar seus métodos, buscando um método mais eficaz, um algoritmo padrão.

Pensemos um pouco sobre o ato de fazer Matemática. Através da história podemos destacar a Matemática presente sempre na resolução de problemas (contar quantidades, divisão de terras, cálculos de créditos, etc), logo em sala de aula se impõe o desafio de mobilizar esses conceitos matemáticos a terem relevância para os alunos. Portanto, para ganhar sentido para os alunos, o conhecimento matemático deve ser caracterizado por uma coleção de situações, onde o conhecimento matemático está presente, assim como as concepções que rejeita, os erros que evita, economias que procura, formulações que retoma, etc. além dessas considerações, se torna necessário uma estratégia de aprendizagem escolhida pelo professor, porém essa escolha está carregada de concepções dos professores quanto ao fazer matemática e ao que é matemática. Como observamos mais acima neste texto, a resolução de problemas está intimamente ligada à atividade de fazer Matemática e ao que é Matemática tornando-se, portanto, necessária sua utilização em sala de aula.

Um dos objetivos da resolução de problemas em sala de aula refere-se a questões cognitivas, dessa forma uma situação problema pode proporcionar a construção de conceitos do saber matemático envolvido como pode evidenciar estratégias para uma nova situação. Vigotski (2008) afirma que: “ a internalização é a reconstrução interna de uma operação externa” (p.56) isso faz-nos percebermos que para um problema ganhar sentido para o aluno ele deve passar pelo processo de internalização, processo tal que consiste numa série de transformações

- uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é construída e começa a ocorrer internamente;
- um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal;
- a transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento.

Portanto, se faz necessário trabalhar com uma coleção de situações problemas que possibilitem a construção de habilidades na resolução de problemas em suas variadas aplicações, logo a resolução de problemas no processo de conceitualização se torna necessário a utilização de obstáculos para proporcionar a formação de esquemas novos através de signos já internalizados. A resolução de problemas tem caráter histórico-social.

A Matemática, enquanto fruto da sociedade, pode ser um elemento para manter o status quo da sociedade como também pode emponderar o estudante a ser cidadão ativo nos seus direitos e deveres na sociedade, oportunizando a educação para todos em paralelo a uma sociedade com justiça social (em termos da distribuição de riqueza, poder e oportunidade). Sendo assim, o ensino de Matemática possibilita o fortalecimento das classes trabalhadoras, e outros, a participação nas instituições democráticas da sociedade e para compartilhar a prosperidade da sociedade industrial moderna.

Com o propósito de fornecer aos professores, em atividade e futuros, considerações e reflexões quanto ao processo ensino-aprendizagem em análise combinatória a partir de uma proposta de ensino embasada na resolução de problemas e compreender como se dá a passagem da situação-problema para o conceito matemático que foi elaborada a pesquisa de dissertação em que o professor irá pesquisar sua própria prática.

A pesquisa se dará com alunos da 2ª série do Ensino Médio, localizada na região de Casa Amarela, Recife – PE. A escolha da instituição deve-se ao fato do professor-pesquisador trabalhar nesta instituição de ensino. Em Pernambuco, a Secretária de Educação propôs o documento, Base Curricular Comum, como mais um norteador para o ensino público da rede estadual, agregado a este documento temos orientações teórico-metodológicas em que se propõem o ensino de Análise Combinatória no 1º bimestre da 2ª série do Ensino Médio além de comumente livros didáticos e professores tratem deste conteúdo nas séries finais do Ensino Médio.

O trabalho de pesquisa se dará em analisar a própria prática pedagógica como professor da turma, descrevendo os fatos observados durante as aulas de intervenção como proposta de abordagem do ensino de Análise Combinatória através da resolução de problemas e registrados detalhadamente no diário. Portanto, nesta pesquisa teremos o professor pesquisando sua própria sala de aula e ao mesmo tempo se pesquisando.

É por meio de sua própria pesquisa que os professores podem ficar atentos ao seu método de ensino, e detectar o que faz com que os alunos tenham um menor rendimento, aprendendo menos do que poderiam. Com essa consciência, podem realizar mudanças criteriosas, colocá-las em práticas e melhorar os resultados do ensino. (LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M., 2008.)

De acordo com Lankshear e Knobel podemos pontuar contribuições da prática de professor-pesquisador:

- começar a entender as implicações de poder dos padrões técnicos;
- apreciar os benefícios da pesquisa, particularmente em relação ao entendimento das forças que moldam a educação e que estão fora da experiência e da percepção imediata dos professores;
- começar a entender [em profundidade e de maneira mais rica] o que aprender com a experiência;
- tornar-se mais consciente de como pode contribuir para a pesquisa educacional;
- ser visto como aprendiz, em vez de funcionário que segue ordens acima para baixo, sem questionar;
- ser visto como trabalhador do conhecimento, que reflete sobre suas necessidades profissionais e suas percepções cotidianas;

- tornar-se mais consciente da complexidade do processo educacional, ciente de que ele não pode ser entendido à parte dos contextos sociais, históricos, filosóficos, culturais, econômicos, políticos e psicológicos que o moldam;
- pesquisar sua própria prática profissional;
- explorar os processos de aprendizagem que ocorrem em sua sala de aula e tentar interpretá-los;
- analisar e pensar sobre o poder das idéias dos outros;
- construir uma nova cultura crítica da escola como “o veículo” que leva conhecimento aos alunos;
- reverter a tendência para a desqualificação dos professores e estupidificação dos alunos

A tarefa de olhar a própria prática em sala de aula é desafiadora e complexa visto que é necessário um certo afastamento enquanto pesquisador para se ter uma posição crítica quanto a prática.

Para a coleta de dados serão utilizados anotações no diário; observação; atividades dos/com os alunos (exercícios, avaliações, etc).

No momento a pesquisa encontra-se na coleta de dados, após uma intervenção embasada no ensino através da resolução de problemas, ocorrida dos dias 05/05/2011 ao dia 03/06/2011 oportunizando um total de 12 encontros de 2 aulas cada, sendo 4 aulas na quinta-feira e 2 aulas na sexta-feira.

Como proposta de ensino-aprendizagem de Análise Combinatória foi desenvolvida uma intervenção, em 24 aulas, com uma sequência didática utilizando uma cuidadosa sequência de problemas que busquem hora intensificarem conceitos, hora servir de obstáculos para apreciação de novos conceitos ou novas facetas dos conceitos. Através da dupla estimulação o professor busca avaliar os variados estágios e esquemas organizados pelos alunos no processo de conceitualização, o que oferecerá ao professor a oportunidade de se trabalhar na zona de desenvolvimento proximal do aluno através da movimentação de conhecimentos externos e internos.

REFERÊNCIAS

ALRO, H; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2006.

ANDRADE, Silvanio de. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. Rio Claro: IGCE, Unesp, 1998. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática).

BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (orgs.); **Aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV.2009.

CANOAS, S. S. **O Campo Conceitual Multiplicativo na perspectiva do professor das séries iniciais (1ª a 4ª série)**. 1997. Mestrado em Ensino de Matemática. PUC-SP. 1997

D'AMORE, B. **Elementos de didática da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DORNELAS, A.C.B. **O princípio multiplicativo como recurso didático para a resolução de problemas de contagem**. 2004. 128f. Dissertação (Mestrado Em Ensino da Ciências) – Universidade Federal Rural De Pernambuco, Recife, 2004.

ERNEST, P. **The Philosophy Of Mathematics Education**. London: The Falmer Press. 1991.

ESTEVES, I. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC – SP. 2001.

GARDINER, A. D. A Cautionary Note. In: Kenney, M.J.; Hirsch, C.R. **Discrete Mathematics Across The Curriculum, K-12**: 1991, YEARBOOK. NCTM, 1991.

ITACARAMBI, Ruth Ribas. **A resolução de problemas de geometria, na sala de aula, numa visão construtivista**. São Paulo: USP, 1993. Dissertação (mestrado em Educação).

KRULINK, S; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual editora, 1997.

LAKATOS, I. **Provas e refutações: a lógica da descoberta matemática.** RIO DE Janeiro: Zahar Editores, 1978B.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica: do projeto à implementação.** Porto Alegre: Artmed, 2008.

LEITE, M. D. et al. **Softwares educativos e objetos de aprendizagem: um olhar sobre a análise combinatória.** 2009. Disponível em: <
http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_46.pdf>.
Acesso em 15/09/2009.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações no ensino de ciências.** V. 7, n.1, p. 7 – 29, 2002

PRETZ, J. E., NAPLES, A. J. E STERNBERG, R. J. Recognizing, Defining, And Representing Problems. In: **The Psychology Of Problem Solving.** Cambridge. 2003

SABO, R. D. **Análise De Livros Didáticos Do Ensino Médio:** Um Estudo Dos Conteúdos Referentes À Combinatória. Monografia De Especialização Em Educação Matemática, Centro Universitario Fundação Santo André, Sp. 2007.

STURN, W. **As possibilidades de um ensino de análise combinatória sob uma abordagem alternativa.** 1999. Dissertação Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 1999