

Conhecimentos sobre Combinatória de professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental e Médio¹

Cristiane de Arimatéa Rocha²

Resumo

Esse artigo propõe analisar os conhecimentos que professores do Ensino Fundamental e Médio têm sobre o ensino de Combinatória. Realizamos entrevista semi-estruturada com dois professores de cada nível (anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio). A pesquisa revelou que alguns professores apresentaram dificuldades na diferenciação de problemas de *arranjo* e *combinação*, tanto na leitura do enunciado, quanto na correção de estratégia do aluno; professores dos anos iniciais na análise dos tipos de problemas elegeram a forma do enunciado como diferenciador, enquanto que professores de formação em Matemática apontaram aspectos de suas estruturas. Dessa forma, as respostas dos professores indicam uma articulação entre suas experiências de formação e de prática docente. Conclui-se que para um trabalho que permita maior desenvolvimento do raciocínio combinatório pelos alunos, é necessário que professores aprofundem o conhecimento das estruturas combinatórias, do conhecimento dos alunos e das estratégias de resolução.

Palavras-chave: Ensino de Combinatória; Conhecimentos de conteúdo; Ensino Fundamental e Médio

Experiências de docentes e expectativas de discentes incentivam pesquisas no ensino de Matemática, em particular, para realização de mudanças efetivas nos cursos de formação de professores. Essas mudanças ocorrem a partir de iniciativas de práticas individuais de professores formadores e professores, mas ainda são insuficientes.

Conteúdos como Estatística, Probabilidade e Combinatória são foco de pesquisadores tanto em relação ao ensino-aprendizagem quanto em relação à formação de professores. Em relação ao ensino de Combinatória, pesquisadores como Pessoa e Borba (2009), Lima e Borba (2010), Borba (2010), Barreto e Borba (2011) advertem para necessidade da construção do raciocínio combinatório, que promove o desenvolvimento de uma maneira sistemática para a organização de dados e escolha de conjuntos ou subconjuntos em diversas situações no dia-a-dia dos alunos, constituindo-se um instrumento importante na formação da cidadania.

Na pesquisa da formação de professores Shulman (1986) indica categorias que se inserem no *Knowledge Base*:

¹ Este artigo é parte integrante da dissertação Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos sob a orientação da professora Dra. Rute Elisabete de Souza Rosa Borba (UFPE)

² Mestre em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC-UFPE), atualmente é Técnica pedagógica de Matemática na Gerência de Políticas Educacionais do Ensino Médio, na Secretária Executiva de Desenvolvimento da Educação no Estado de Pernambuco – tiane_rocha@yahoo.com.br

a) conhecimento do conteúdo ou matéria – que será objeto de ensino ligado à área do conhecimento; b) conhecimento pedagógico da matéria – refere-se ao modo de formular e apresentar o conteúdo, ou seja, o modo de ensinar; c) conhecimento curricular, que consiste em conhecer o currículo como um conjunto de programas elaborados para o ensino e a variedade de materiais disponíveis relacionados àquele programa (p.9-10)³.

Com base nas pesquisas de Shulman (1986), Ball (1991) defende que o conhecimento do professor possui de Matemática se relaciona com seus pressupostos e suas crenças sobre ensino-aprendizagem, alunos e o contexto da sala de aula diferenciando a maneira como cada professor ensina matemática. Desse modo compreendemos que alguns aspectos do discurso de professores podem ser caracterizados como *conhecimento do conteúdo de Combinatória*, dos quais elegemos para essa pesquisa: as nomenclaturas utilizadas referente à Combinatória e a diferenciação dos problemas combinatórios a partir dos enunciados de problemas.

Nesse sentido objetivamos *identificar a partir de uma entrevista semi-estruturada as características do conhecimento de problemas combinatórios por parte de professores que atuam no Ensino Fundamental e Médio*. Para isso realizamos uma entrevista com seis professores (dois dos anos iniciais, dois dos anos finais do Ensino Fundamental e dois do Ensino Médio) caracterizados no Quadro1 a seguir:

Quadro 1: Código dos participantes da pesquisa

Código dos professores	Níveis em que atuam
PAI ₁	Professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental
PAI ₂	
PAF ₁	Professores dos anos finais do Ensino Fundamental
PAF ₂	
PEM ₁	Professores do Ensino Médio
PEM ₂	

Nessa entrevista abordamos os aspectos referentes a sua formação e experiência e ainda sobre o conhecimento do conteúdo de combinatória (Quadro 2).

Quadro 2: Descrição dos objetivos de cada momento da entrevista

Fases de Análise	Momentos da Entrevista	Objetivos
Sobre formação e experiência docente	1º momento	Conhecer a formações e atuações profissionais do docente.
Sobre o conhecimento do conteúdo de Combinatória	2º momento	Identificar os conhecimentos dos tipos de problemas combinatórios.

Refletimos junto aos entrevistados sobre o conteúdo de Combinatória e a análise das respostas dadas pelos professores é apresentada a seguir.

³ Tradução nossa

Se esses problemas estivessem num mesmo capítulo de um livro de Matemática, qual poderia ser o título desse capítulo? Justifique

A partir desse questionamento e com base numa lista de 8 problemas combinatórios retirados da pesquisa de Pessoa (2009). Assim, pensamos evidenciar o conhecimento dos professores sobre os problemas combinatórios e sua apresentação nos livros didáticos de Matemática, fundamentados nos estudos sobre problemas combinatórios em livros didáticos nos diferentes níveis de ensino Barreto, Amaral e Borba (2007), Albuquerque e Silva (2010) e Sabo (2007). No Quadro 3, apresentamos uma sinopse da análise de nomenclaturas do capítulo do livro sugerido pelos professores.

Quadro 3: Sinopse de análise de nomenclaturas do capítulo do livro sugerida pelos professores nos diferentes níveis

N	ANÁLISE	FRAGMENTOS DAS ENTREVISTAS
ANOS INICIAIS	Ambos os professores demonstraram preocupação com a interdisciplinaridade com outras áreas quando no trabalho com esse tipo de problemas.	PAI₁: Pode ser questão de números, relação, correspondência. Pode ser a questão de maior ou menor; comparação; pode ser também a ideia de sequência; da relação de quantidade... <u>Eu colocaria em vários capítulos porque você não só utilizaria em Matemática, mas em Língua Portuguesa, de História não só de Matemática.</u> PAI₂: <u>Análise Combinatória</u> todos eles tratam disso... a gente tem projetos que buscam fazer uma seleção de conteúdos, <u>além disso, a gente busca fazer a conexão entre as áreas.</u>
ANOS FINAIS	Apresentaram títulos diferenciados dependendo do nível de escolaridade na qual a Combinatória se apresenta.	PAF₁: <u>Combinatória, raciocínio combinatório</u> alguma coisa assim, <u>mas usaria no Ensino Fundamental Princípio Multiplicativo</u> , mas na verdade esse princípio é uma estratégia. PAF₂: Tanto <u>poderia ser de Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental</u> (anos iniciais e finais); e <u>Combinatória ou ideia de Combinatória ou Problemas de Combinatória no Ensino Médio;</u>
ENSINO MÉDIO	Apresentaram a nomenclatura padrão em livros didáticos de Matemática no Ensino Médio.	PEM₁: Pelo que eu observo aqui, essas questões são do tópico que os livros intitulam de <u>Análise Combinatória</u> ... ou o Princípio de Contagem (também pode ser o nome do tópico a ser ensinado). PEM₂: Sim, seria <u>Análise Combinatória</u> ou só Combinatória

Excetuando o professor PAI₁, os professores reconheceram os problemas como sendo de Análise Combinatória ou Combinatória. Não esperávamos que professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental utilizassem a nomenclatura de Análise Combinatória, por geralmente, não haver na sua formação inicial disciplinas que se refiram a esse tipo de conteúdo. Além disso, geralmente, os livros didáticos desse nível não apresentam títulos que se refiram à Combinatória. Ao ser questionado sobre o conhecimento do termo, o professor PAI₂ explicou:

E: De onde você conhece esse termo?

PAI₂: *Por dois motivos. Lá na escola onde a gente trabalha, temos a preocupação com a questão do conteúdo. Então a gente tem projetos que buscam fazer uma seleção de conteúdos, além disso, a gente busca fazer a conexão entre as áreas. Como eu trabalhei também em escola particular a gente sempre parava para pensar sobre como fazer, ou como desenvolver as atividades e principalmente os conteúdos que devem ser trabalhados e a relação deles com o projeto. Era uma coisa em que o nível de dificuldades vai aumentando até a 4ª série.*

E: *Vocês começaram como a fazer isso?*

PAI₂: *A gente adaptava o problema para ser mais elaborado para séries mais avançadas. Nível de dificuldades agora era cada professor que selecionava seus problemas, elaborava para sua sala. A minha sala era o 2º ano, antiga primeira série Era um trabalho bem interessante mais concreto com relação a Análise Combinatória. A relação de problemas era muito forte com o material concreto.*

Nesse extrato, o professor PAI₂ evidenciou a sua experiência de ensino e a preocupação em termos da escolha de conteúdos e também com o saber-fazer, tentando buscar a relação entre a teoria e a prática. Ele chamou a atenção para sua experiência em escola particular na qual discutia as atividades e suas relações com projetos e diferentes níveis para cada ano de escolaridade. Ressaltamos a importância do trabalho do professor em selecionar atividades adequadas e as relações entre as áreas, de forma que promovam a aprendizagem do aluno. Este trabalho faz parte do ofício do professor que para Tardif (2002) é uma fonte social de aquisição do *saber da experiência*.

Fica evidenciada nas falas dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental (Quadro 3) a diferença de como os livros didáticos se referem à Combinatória nos dois níveis de ensino. No Ensino Médio geralmente os livros didáticos trazem capítulos denominados Combinatória ou Análise Combinatória, enquanto que no Ensino Fundamental não aparecem em capítulos e geralmente não utilizam essas nomenclaturas, pois os autores de livros didáticos preferem adotar outros títulos mais gerais.

Sobre os Diferentes Tipos de Significados dos Problemas Combinatórios

Pessoa e Borba (2009) apresentam uma nova classificação para fomentar a compreensão dos problemas combinatórios, incluindo-se o produto cartesiano (apontado nas classificações de Nunes e Bryant (1997)), bem como o arranjo, a permutação e a combinação (tipos de problemas combinatórios trabalhados explicitamente no Ensino Médio). Esses tipos de problemas combinatórios são frequentes em livros didáticos e se

apresentam em diferentes anos do Ensino Fundamental e Médio. Essa classificação é que referendamos, no presente estudo.

Nesse momento pretendemos identificar as características dos *significados* desses problemas que professores dos diversos níveis de ensino evidenciaram nas suas falas. Para este propósito entregamos aos professores os oito problemas de Combinatória separados e pedimos, inicialmente, que os agrupassem de acordo com a sua estrutura. Tais problemas estão codificados no Quadro 4 a seguir:

Quadro 4: Caracterização dos Problemas retirado da pesquisa de Pessoa (2009)

1. Maria tem 3 saias (uma azul, uma preta e uma verde) e 5 blusas (nas cores amarela, bege, branca, rosa e vermelha). Quantos trajes diferentes ela pode formar combinando todas as saias com todas as blusas? Produto cartesiano (PCM) 2. Quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) poderei formar usando as letras da palavra AMOR? Permutação (PM) 3. As semifinais da Copa do Mundo serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros colocados? Arranjo (AM) 4. Uma escola tem 9 professores (Cristiano, Isabel, Laura, Mateus, Nívea, Pedro, Roberto, Sandra e Vítor), dos quais 5 devem representar a escola em um congresso. Quantos grupos diferentes de 5 professores pode se formar? Combinação (CM)	5. Para representante de turma da sala de aula se candidataram 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice-representante? Arranjo (Am) 6. Para a festa de São João da escola, tem 3 meninos (Pedro, Gabriel e João) e 4 meninas (Maria, Luíza, Clara e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados? Produto cartesiano (PCm) 7. Três alunos (Mário, Raul e Júnior) participam de um concurso em que serão sorteadas duas bicicletas. Quantos resultados diferentes podem ser obtidos no concurso? Combinação (Cm) 8. De quantas formas diferentes poderei arrumar as fotos de meu irmão, meu pai e minha mãe na estante, de modo que elas fiquem lado a lado? Permutação (Pm)
--	---

No Quadro 5 apresentamos, a seguir, uma análise do conhecimento dos professores a respeito dos significados dos problemas combinatórios e quais características dessas diferentes estruturas são comentadas. Pelos professores com formação inicial em Pedagogia

Quadro 5: Sinopse de análise da estrutura dos problemas por parte dos professores dos anos iniciais

N	ANÁLISE	FRAGMENTOS DAS ENTREVISTAS
ANOS INICIAIS DO ENS. FUND.	Agruparam por semelhança de quantidades e características de enunciados	PAI₁: Os problemas 2(PM) e 4(CM) eu posso agrupar porque são grupos de palavras, trabalhar para formar também outras palavras a ideia da Língua Portuguesa; mas também posso agrupar os problemas 4 (CM) e 6(PCm) a ideia de correspondência... <u>posso agrupar os problemas 3(AM) e 7(Cm) porque são três alunos e aqui sairão os três primeiros colocados; os problemas 5(Am) e 8(Pm) é porque o 5(Am) tem um comando e o 8(Pm) também tem um comando lado a lado e representante e vice (organização).</u> PAI₂: Os problemas 2(PM) e 8 (Pm) o sentido da pergunta, o nível da pergunta é mais elementar...ele não faz comparativo entre grupos que os outros fazem; os problema 3(AM), 5(Am) e 7(Cm) todos eles dão uma quantidade específica de pessoas e de elementos e pede quantas maneiras diferentes esses elementos podem ser agrupados... Também como o outro não tem comparativos entre mais grupos dentro do problema. <u>Sempre assim tantos elementos e de quantas formas diferentes podem ser agrupados;</u> os três têm essa mesma característica; <u>os problemas 7(Cm) e 5(Am) estão até mais próximos que o 3(AM) na verdade, porque estão trabalhando com a mesma quantidade, mas a pergunta tem a mesma característica;</u> os problemas 1(PCM), 6 (PCm) e 4 (CM); aqui faz um comparativo entre grupos e a pergunta é mais elaborada.

Não esperávamos que professores dos anos iniciais utilizassem as nomenclaturas dos diferentes tipos de problemas combinatórios, pois, em sua maioria, não trabalham com os termos usuais de Combinatória, nem em sua formação, nem em sua prática cotidiana. Além disso, de acordo com Barreto et al (2007) os livros didáticos desse nível não apresentam elementos que auxiliem professores nessa tarefa.

Em relação aos objetivos dos anos iniciais para o ensino de Combinatória o PCN aspira um trabalho que não se fundamente “na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos” (BRASIL, 1997, p.56). Entretanto, os parâmetros defendem a necessidade dos alunos resolverem situações de *combinações*, *arranjos*, *permutações*, valorizando o princípio multiplicativo. Entendemos, portanto que a distinção dos significados dos problemas combinatórios pelo professor é necessária, para que assim tenha possibilidade de auxiliar nas propostas de situações-problema diversificadas, além de verificar o desempenho dos alunos nas soluções e acompanhar o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Quadro 6: Sinopse de análise da estrutura dos problemas por parte dos professores dos anos finais e Ensino Médio

ANOS FINAIS ENS.FUND.	Os professores desse nível de ensino se aproximaram da classificação convencional em alguns aspectos, embora em outros não, mas não usaram a nomenclatura convencional.	PAF₁: Eu agrupei inicialmente um grupo com os problemas 1(PCM), 6(PCm); depois o problema 8(Pm) saiu e ficou com o 2(PM); porque eu vi que era só fazer a troquinha como a palavra AMOR, eu podia trocar as fotos. Depois os problemas 3(AM) e 5(Am) e por último os problemas 4(CM) e 7(Cm); PAF₂: <u>O primeiro grupo de problemas com 1(PCM) e 8(Pm) é uma multiplicação direta; o segundo grupo de problemas com 4(CM),6(PCm), 7(Cm) com repetição - combinação que a ordem é indiferente e o terceiro com problemas 2(PM), 3(AM), 5(Am), 7(Cm) - sem repetição) seria uma combinação em que o elemento não pode se repetir.</u>
ENSINO MÉDIO	Esses professores agruparam os problemas pela classificação usual dos problemas combinatórios, utilizando a nomenclatura formal	PEM₁: Tem aqui algumas questões que são clássicas. As questões 1(PCM), 3(AM), 6 (PCm) e 8 (Pm) seriam de princípio aditivo/multiplicativo. A 8(Pm) e a 2(PM) seria de <i>permutação</i> que tem a ver com ideia do princípio multiplicativo; a 4(CM) e a 7 (Cm) seria de <i>combinação</i>, pois a ordem não está interferindo aqui na escolha; e a 5(Am) seria de <i>arranjo</i>. PEM₂: O grupo do 1(PCM) e do 6(PCm) acho que se aplica o Princípio Fundamental da Contagem, o segundo grupo das questões 2(PM) e 8(Pm) chamarei do grupo das Permutações e o terceiro grupo 3(AM),4(CM),5(Am) e 7(Cm) eu ainda estava querendo dividi-los, mas eles tem a ver com <i>combinação</i>. <i>Arranjo</i> e <i>combinação</i>. Eu vou deixar os quatro juntos.

Nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio esperávamos encontrar a utilização das nomenclaturas referentes aos diferentes tipos de problemas, devido à formação específica desses professores em relação ao conteúdo investigado. Observamos, no entanto, diferentes propostas de organização das estruturas.

O professor PAF₁ agrupou de acordo com a estrutura dos problemas, demonstrando entender as diferenças entre elas. Portanto, preferiu agrupá-los pela classificação mais convencional. Já o professor PAF₂ apresentou uma distribuição dos problemas diferente. O primeiro grupo, que ele denominou *multiplicação direta*, parece ser dado pela estratégia adotada para a resolução dos problemas, que o professor julgou adequada para os problemas do tipo de *permutação* (8) e *produto cartesiano* (1). Os dois casos podem ser resolvidos por um produto de dois fatores, o que parece ser o que o professor denominou de *multiplicação direta*.

O segundo grupo foi chamado pelo professor PAF₂ de *combinação em que a ordem é indiferente*. Esse grupo traz outro elemento essencial das estruturas dos problemas que é a ordenação, no entanto os problemas selecionados também apresentam duas estruturas diferentes a de *combinação* (4(CM) e 7(Cm) com repetição) e a de *produto cartesiano* (6). Nesse sentido, o Problema 6 apesar de ser um problema de *produto cartesiano* não intervém a questão da ordem de escolha de um casal, visto que João dançar com Maria ou Maria dançar com João é o mesmo casal, não havendo diferença. Apesar disso, são estruturas diferentes, pois o Problema 6 (PCm) abrange inicialmente dois conjuntos (meninos e meninas) que devem ser agrupados em pares, enquanto que a *combinação* trabalha apenas com um conjunto do qual serão escolhidos subconjuntos do mesmo.

O terceiro grupo foi nomeado pelo professor PAF₂ de *combinação em que o elemento não pode se repetir*, no qual são agrupados problemas de três diferentes estruturas *arranjo*, *combinação* e *permutação*. PAF₂ quando questionado a respeito do nome desse grupo, respondeu conforme o fragmento abaixo:

Entrevistador: Você consegue nomear eles?

PAF₂: Eu não sei o nome técnico. Seria de arranjo só que eu não sei se tem um nome menos formal porque arranjo é um nome muito matemático. Não sei se seria uma situação de multiplicação, onde você teria que excluir o elemento anterior, alguma coisa desse tipo. Excluir o elemento que já foi utilizado. Se eu tenho três opções para ser representante e vice e Cris já é um candidato então para o vice Cris não pode ser representante e vice, tem que ser feita a exclusão porque Cris não pode assumir as duas posições assim como, por exemplo, na classificação aqui (Problema 3) dos times também, Brasil, França, Argentina e Alemanha, se o Brasil for o primeiro ele não pode ser segundo.

A ideia de exclusão de elementos muito utilizada na listagem de possibilidades quando utilizamos o Princípio Fundamental da Contagem foi bastante evidenciada por

PAF₂, sendo a questão da ordenação, essencial na diferenciação de problemas de *arranjo* e *permutação* dos problemas de *combinação*, deixada em segundo plano por esse professor. A *repetição* ou *não de elementos* numa mesma possibilidade foi destacada pelo mesmo para a separação dos problemas. Portanto, esse professor chamou atenção para um aspecto essencial a problemas de Combinatória (ordenação), mas preferiu agrupar os elementos de forma menos convencional.

Alguns professores questionaram o enunciado do Problema 7 (Cm), o professor PAF₂ indica a possibilidade de diferentes interpretações como podemos observar no fragmento abaixo:

PAF₂: *Esse 7(Cm) tem duas interpretações para ele tem a ideia de você geralmente a mais lógica no sorteio vamos supor Cris, João Paulo e Fabiana. Você tira Cris. Ela ganhou uma bicicleta, ela não volta mais e depois tira outro; e a ideia de voltar e você poder concorrer de novo;*

Nesse sentido, escolheu separar o Problema 7 (Cm) em duas situações: uma que evidencia o senso comum (sem a repetição de pessoas) e outro que indica a repetição de pessoas durante o sorteio. Essa posição crítica em relação ao problema 7 (Cm) também é explicitada pelo professor PEM₁, sobre o qual explicou:

PEM₁: *... Na sétima questão ele também assimilou isso. Mas a questão não fala que as duas bicicletas podem ir para uma mesma pessoa. Como a gente trabalha muito essa questão de repetição, permutação com repetição lá no início. Então geralmente como não vem dizendo nada, até eu comento algumas vezes com os alunos, quando não vem dizendo nada dá a entender que poderia se repetir. Então o aluno: -Ah poxa será que o Mario não foi o sortudo e ganhou as duas bicicletas, a questão não vem dizendo nada. Agora puxando mais para o senso comum que em geral num sorteio são pessoas diferentes que ganham. É o conhecimento que o aluno adquire na rua, em geral são duas pessoas diferentes que ganham*

E observou:

PEM₁: *O Problema 7(Cm) se ele, por exemplo, dissesse assim a primeira pessoa recebesse a bicicleta azul; e a segunda pessoa uma bicicleta verde aí já seria ao meu ver um problema de arranjo.*

Portanto, observamos que esse professor também considerou a questão da ordenação e repetição, ou não, dos elementos dessa questão. Ele conseguiu refletir corretamente sobre o enunciado da questão e propôs as seguintes resoluções:

7) Se as bicicletas forem iguais (ordem não importa):
 $C_3^2 = 3$
 Se as bicicletas forem diferentes (ordem ~~importa~~ importa)
 $A_3^2 = 6$ ou $3 \cdot 2 = 6$
 Pode repetir o primeiro.
 3+3 6+3
 6 9

Figura 1: Resolução do Problema 7 (Cm) pelo professor PEM₁

Esse professor apresentou a habilidade de comentar o enunciado do problema em relação ao conhecimento de Combinatória, variando entre os significados dos problemas combinatórios, identificando a presença de diferentes invariantes (ordenação e repetição).

Apesar de terem formação em Matemática, os professores PAF₁ e PAF₂ parecem ter preferido não utilizar a nomenclatura usual dos diferentes tipos de problemas, podendo evidenciar que a atuação no Ensino Fundamental influencia os conhecimentos do professor. Além disso, pode ter uma interferência dos livros didáticos, pois esse conteúdo aparece fluido nas coleções de livros didático de Matemática, como aponta Albuquerque e Silva (2010), pois se apresenta de maneira distribuída nas diferentes coleções sem ter definido em que ano e de que modo os tipos de problemas combinatórios devem ser abordados no Ensino Fundamental.

Nesse contexto, Shulman (2005) afirma que os saberes adquiridos pela prática é a fonte da base de conhecimento menos codificada, o que denota que a experiência dos professores em um nível de escolaridade no qual o ensino de Combinatória não é tão evidenciado quanto no Ensino Médio, pode fazer com que o professor não se preocupe em utilizar a nomenclatura usual.

Salientamos ainda que, de acordo com os PCN dos anos finais do Ensino Fundamental, o ensino de problemas combinatórios no primeiro momento necessita

...ter como objetivo a familiarização com a contagem de agrupamentos de objetos, de maneira formal e direta - fazer uma lista de todos os agrupamentos possíveis e depois contá-los. A exploração dos problemas de contagem levará o aluno a compreender o princípio multiplicativo (BRASIL, 1998 p.137).

No Ensino Médio, a presença da nomenclatura dos problemas combinatórios é mais evidente. Entretanto, o professor PEM₁ preferiu agrupar os problemas pela estratégia utilizada na resolução do mesmo e não pela estrutura dos problemas. Nesse sentido, ele denotou os problemas 1(PCM), 3(AM), 6(PCm) e 8 (Pm) como *princípio multiplicativo*.

A escolha do professor PEM₁ pode evidenciar a preferência pela utilização do *princípio multiplicativo* na resolução dos problemas combinatórios, o que já é apontado na pesquisa de Rocha e Ferraz (2010).

O professor PEM₂ mesmo que inicialmente não tenha separado em quatro grupos de problemas, já nomeou cada tipo de problema. Posteriormente ele comentou:

PEM₂: *No caso aqui não sei se poderia voltar?*

E: *Pode sim.*

PEM₂: *Eu separaria aqui em mais um grupo... No caso, o Problema 4 (CM) de combinação e os Problemas 3 (AM), 5(AM) e 7 (Cm) de arranjo.*

Parece haver indicação de uma dificuldade desse professor que é recorrente em alunos do Ensino Médio: a diferenciação dos problemas de *arranjo* e *combinação*.

Considerações

Contatamos a evidência de dificuldades em professores dos diferentes níveis de ensino na diferenciação dos *problemas combinatórios*. Essas dificuldades podem ser justificadas por lacunas de conhecimento específico na formação de professores, como também da experiência de ensino e dos recursos de apoio ao trabalho do professor livros didáticos. Essas lacunas no conhecimento específico do conteúdo, pode interferir na avaliação das estratégias evidenciadas por alunos, principalmente no que diz respeito a compreensão sobre as suas dificuldades e sobre as sugestões de estratégias de superação dessas dificuldades.

Os resultados apontam ainda que os professores dos anos iniciais entrevistados não utilizam a nomenclatura dos problemas combinatórios e os separam devido à forma do enunciado. No entanto, um professor dos anos iniciais (PAI₂) pareceu entender aspectos da estrutura do problema de *produto cartesiano*.

Por outro lado, os professores dos anos finais entrevistados não utilizam as nomenclaturas dos problemas, mas parecem diferenciar os aspectos de sua estrutura (ordenação e repetição), enquanto os professores do Ensino Médio entrevistados

utilizam nomenclaturas usuais e ainda separam a partir das estruturas dos tipos de problemas, revelando aspectos de sua formação e/ou experiência.

Entender essas diferenças entre os problemas combinatórios pode auxiliar no planejamento de situações de aprendizagem nos diferentes níveis. Nesse contexto, consideramos a relevância de investigações que procurem analisar os conhecimentos de professores que ensinam matemática em relação Combinatória e ainda defendemos a necessidade de novas propostas de formação continuada que abordem aspectos como os diferentes significados dos problemas combinatórios e outras possíveis representações – diagrama de árvores, listagem, princípio fundamental da contagem (PESSOA e BORBA, 2010), além de refletir sobre possibilidades de recursos didáticos como softwares ou objetos de aprendizagem, jogos matemáticos a fim de promover o desenvolvimento do raciocínio combinatório nos diferentes níveis de ensino.

Referências

- ALBUQUERQUE, A.G.; SILVA, J.V.G. Analisando questões em livros didáticos de Matemática de séries finais do Ensino Fundamental, acerca do raciocínio combinatório. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**: Salvador, 2010.
- BALL, D.L. Research on teaching mathematics: making subject matter knowledge part of the equation. In: BROPHY, J. (Ed.) **Advances in research on teaching**: Teachers' subject matter knowledge and classroom instruction. Greenwich, CT: JAI Press, 1991.V.2. pp.1- 47. Disponível em: http://www.teo-education.com/teophotos/albums/userpics/10_1_1_118_4400.pdf
- BARRETO, F.; AMARAL, F. & BORBA, R. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de séries iniciais. **Caderno de Trabalhos de Conclusão de Curso de Pedagogia**. Recife: UFPE, 2007 v. 2, p. 1-21.
- BORBA, R. O raciocínio combinatório na educação básica. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**: Salvador, 2010(Palestra).
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**, 3 Matemática. Brasília: 1997.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- ENGLISH, I. D. Combinatorics and the development of Children's Combinatorial Reasoning. In: JONES, G. A (Ed) **Exploring Probability in School**: Challenges for Teaching and Learning. New York: Springer, 2005.

NUNES, T. & BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PESSOA, C. & BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009.

ROCHA, C.A. e FERRAZ, M.C. **A compreensão de professores com diferentes formações sobre o ensino de problemas combinatórios**. Relatório entregue para disciplina Tópicos em Educação Matemática do Programa de Pós-graduação de Educação Matemática e Tecnológica. Recife, 2010

SABO, R.D. **Análise de livros didáticos do Ensino Médio**: um estudo dos conteúdos referentes à. combinatória. Monografia (Especialização em Educação Matemática) Fundação Santo André, 2007

SHULMAN, L.S. **Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational Researcher. V.15. 1986.

_____. Knowledge and teaching: foundation of the new reform. **Havard Education Review** , vol 57, n.1 p.313-333, fev.1987

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2002.