

## ESTIMATIVA DO EXPOENTE DE HURST EM DADOS SÍSMICOS UTILIZANDO ANÁLISE WAVELET

Alane Farias dos Santos<sup>1,2</sup>; Francisco Edcarlos Alves Leite<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal Rural do Semi-Árido – Campus de Angicos – Departamento de Ciências Exatas, Tecnológicas e Humanas – DCETH.

<sup>2</sup> [alanefarias9@gmail.com](mailto:alanefarias9@gmail.com)

<sup>3</sup> [edcarlos@ufersa.edu.br](mailto:edcarlos@ufersa.edu.br)

### RESUMO

A invariância na forma geométrica de alguns elementos mantém-se sob a apreciação em escalas diferentes. De modo que o objeto como um todo apresentará complexidade infinita oriunda de seu processo de formação. A Geometria Fractal utilizada neste trabalho, juntamente com a Transformada Wavelet, analisa características particulares em padrões de imagens sísmicas, onde uma estrutura ruidosa, denominada de “ground roll” está presente. A desordem causada pelo ruído é indesejável e, portanto, sua remoção é indispensável para que aja coerência na interpretação das reflexões exibidas nos sismogramas. A remoção do “ground roll” é promovida pelo uso da Decomposição em Multiescala com base da Transformada Wavelets. Com a Decomposição em Multiescala foram obtidos padrões sísmicos, isto é, um padrão sísmico para cada nível de escala da wavelet utilizada na decomposição. Neste contexto, este estudo objetiva apresentar a constatação e caracterização de um padrão de correlação (semelhanças) nas imagens sísmicas. A análise do padrão de correlação foi realizada através da relação da Dimensão Fractal ( $D$ ) com o Expoente de Hurst ( $H$ ). A Transformada Wavelet foi utilizada para calcular o Expoente de Hurst e, assim, encontrar a dimensão fractal dos padrões de imagens sísmicas. Este cenário mostrou que a Análise Wavelet é eficiente na decomposição por escalas. Averiguando os Expoentes de Hurst para cada padrão de imagem sísmica percebemos que existe uma correção para cada tipo de padrão sísmico: a imagem original, a imagem sem ruído e imagem contendo somente o ruído.

**Palavras-chave:** transformada wavelet, sísmica, “ground roll”, fractal, hurst.

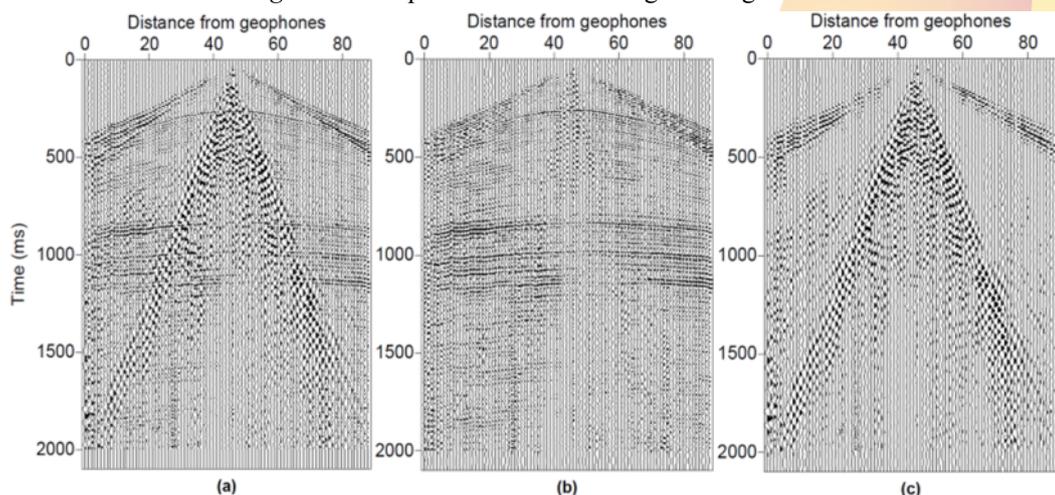
### 1. INTRODUÇÃO

A análise e identificação de uma área favorável ao acúmulo de petróleo podem ser realizadas através de métodos da prospecção sísmica para possível aferição e, posteriormente, indicar o local mais propício para a perfuração de um poço para a extração de hidrocarbonetos. A Sísmica de Reflexão, que faz uso de ondas sísmicas artificiais, é a principal técnica empregada na prospecção de hidrocarbonetos. A energia das ondas se dissipa na subsuperfície terrestre com base no fenômeno da refração e retornam a superfície de acordo com os efeitos do fenômeno da reflexão. Em todo o processo da fase de prospecção sísmica por reflexão, a quantidade de dados técnicos colhidos é enorme e estes nos fornecem informações técnicas relevantes para uma análise e interpretação por meio da análise e processamento de imagens. Com este procedimento, os investimentos tornam-se

relativamente pequeno quando comparado ao custo de perfuração direta de um único poço exploratório. [THOMAS, 2004]

De acordo com Do Vale [2009] o princípio básico da Sísmica de Reflexão é a geração e propagação das perturbações elásticas no meio geológico ou no mar (prospecção marítima), e, por conseguinte, ondas mecânicas, e analisar o comportamento dessas ondas após sofrerem as reflexões nas interfaces heterogêneas no meio geológico em questão. Assim, as ondas que conseguem retornar a superfície terrestre são captadas por uma distribuição regular de geofones localizados na superfície terrestre (ou hidrofones quando no mar). Estes registram as reflexões que ocorrem nas interfaces geológicas (reflexões primárias), os quais transportam informações sobre a região de onde ocorreu a reflexão. As oscilações são transmitidas até o sismógrafo, onde são digitalizadas, multiplexadas e registradas após severo depuramento e amplificação [THOMAS, 2004]. Com essa formatação é possível construir uma imagem sísmica (Sismograma) do subsolo terrestre, a qual pode ser vista na Figura 1 a representação em 2D [YILMAZ, 2003].

Figura 1 – Registros sísmicos (a) original, (b) após a atenuação do ruído *ground roll* e (c) com apenas a porção do *ground roll* que foi removida do registro original.



A resolução da imagem obtida pelo sismograma está diretamente relacionada com a frequência e com a duração do pulso sísmico, os quais dependem do tipo de equipamento utilizado e também do tipo da fonte geradora de energia. Para que o risco de interpretação equivocada seja reduzido, tudo que não é identificado como reflexão primária é considerado ruído e, assim, pode ser removido ou atenuado. Conforme Santos [2014] se a metodologia de filtragem for eficiente, o resultado será um aumento significativo da razão sinal/ruído, proporcionando uma imagem de ótima qualidade.

Segundo Alves [2013] os ruídos são subdivididos em (1) coerentes, pois seguem padrões que são facilmente detectáveis na resolução de conjunto de traços ou (2) aleatórios, pois estão dispostos

de forma aleatória na imagem sísmica, ocorrendo de forma isolada em um conjunto de traços, sendo causado principalmente por fatores ambientais.

Uma das grandes preocupações na prospecção sísmica terrestre é a presença do ruído coerente *ground roll*, o qual atrapalha na análise, interpretação e leitura da imagem sísmica. O ruído *ground roll* está diretamente relacionado com a propagação de ondas superficiais do tipo Rayleigh, possuindo como características baixas frequências e altas amplitudes, o que o torna bastante indesejável. Por ser bastante energético, acaba mascarando as reflexões de interesse geológico. [SANTOS, 2014].

Sob essas circunstâncias, surge o uso da análise de wavelet, que é capaz de revelar aspectos singulares que outras técnicas de análise de sinais não denotam, como as tendências, pontos de ruptura, descontinuidades em derivadas mais elevadas e auto-similaridade. Além disso, pode comprimir ou atenuar ruídos de sinais e imagens sem distorção apreciável. Com efeito, em sua breve história dentro do campo de processamento de sinais e imagens, as wavelets já provam ser uma ferramenta indispensável, pois permite o controle eficaz das rotinas de processamento, análise e filtragem na prospecção sísmica com base no conhecimento da geologia do reservatório [Deighan, 1997], [Corso et al., 2003], [Leite, 2007]. Neste sentido, vamos fazer uso das análises wavelets para atenuar os ruídos presentes nas imagens sísmicas e, posteriormente, desenvolver uma metodologia para analisar e interpretar padrões de correlações para as interfaces geológicas.

Para a atenuação do ruído *ground roll* das imagens sísmicas nós utilizamos o método da Decomposição em Multiescala [Leite, 2007], que nos fornece padrões de imagens sísmicas, ou seja, uma imagem sísmica para cada escala da decomposição em wavelets utilizada no processo. Os padrões sísmicos gerados estão mostrados na Figura 2. O intuito da pesquisa é constatar que há padrão de correlação (semelhanças) nas imagens sísmicas obtidas a partir das prospecções. Esses padrões sísmicos já foram analisados anteriormente [Santos e Leite, 2015] com a estimativa do expoente de Hurst  $H$  via o Método do *Box Counting*. Neste trabalho, a estimativa de  $H$  será realizada através da Transformada em Wavelets, isto é, vamos calcular o expoente de Hurst das imagens sísmica e assim aferir sobre a Dimensão Fractal de alguns padrões de interfaces geológicas presentes nas imagens.

### 1.1 Transformada Wavelet

Da necessidade de ser obter análise em localização espaço-temporal das estruturas de frequências, foram desenvolvidas as funções wavelets para atuarem como funções de base na decomposição de funções do domínio temporal para o domínio dual tempo-escala [GURGEL,

2013]. Os parâmetros da Transformada Wavelet permitem uma análise variável que se ajusta as características dos sinais, a partir de uma janela de análise variável, criada para localização de frequências específicas em cada trecho do sinal. Conseqüentemente, trata-se de uma ferramenta capaz de capturar informações globais e locais de um processo. Dessa forma, uma análise realizada através da Transformada Wavelet é um método de decomposição multiescala (multi-resolução) e, portanto, adequada para realizar varreduras mais eficientes e uma visão geral da geração de um modelo de simulação e hierarquia de modelagem [MALLAT, 1989].

#### 1.1.1. Transformada Wavelet Contínua

A Transformada Wavelet Contínua  $d(s,u)$  de uma função  $f(t) \in L^2(R)$  na escala  $s$  e no tempo  $u$  é definida como sendo [DAUBECHIES, 1992]:

$$d(s,u) = \langle f, \psi_{s,u} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{s,u}^* dt \quad [1]$$

onde

$$\psi_{s,u}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad [2]$$

representam as funções da base formadas por wavelets. Os parâmetros  $s$  e  $u$  são números reais, com  $s \neq 0$ , e que representam, respectivamente, dilatações no espaço e translações temporais da função  $\psi$ . Assim sendo, os coeficientes  $d(s,u)$  da transformada wavelet possuem representação dual e que representam medidas de correlações entre a função  $f(t)$  e as funções da base wavelets  $\psi$ . É uma integral inversível e suas translações em  $u$  (temporal) caracterizam as localizações da função e as dilatações em  $s$  (escala) caracterizam informações na frequência para as escalas.

#### 1.1.2. Transformada Wavelet Discreta

A Transformada Wavelet pode ser implementada de forma discreta através da discretização dos parâmetros de escala  $s$  e localização temporal  $u$ . Dessa forma, uma base formada por wavelets discretas pode ser construída com a escolha de  $s = 2^j$  e  $u = n2^j$  com  $j$  e  $n$  inteiros. Cada valor de  $2^j$  é uma resolução na escala e  $j$  o índice de escala ou índice de resolução. As condições para a escolha dessa discretização são discutidas em Daubechies [1992]. Dessa forma, a correspondente wavelet discreta  $\psi_{j,n}$  é definida como:

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-n2^j}{2^j}\right) \quad [3]$$

e a transformada wavelet discreta é dada por



$$d_{j,k} = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \left( \frac{t - n2^j}{2^j} \right) dt \quad [4]$$

onde  $j$  e  $n$  são parâmetros inteiros associados com as dilatações e translações temporais da wavelet, respectivamente. Nesse sentido, existe uma base de wavelets discretas  $\{\psi_{j,n}\}$  tal que, uma função  $f(t)$  pode ser expandida como uma combinação linear das funções dessa base:

$$f(t) = \sum_j \sum_n d_{j,n} \psi_{j,n}(t) \quad [5]$$

onde  $d_{j,n}$  são os coeficientes da transformada wavelet discreta da função  $f(t)$ , os quais são calculados por fazer o produto interno da função  $f(t)$  com as funções de base wavelets  $\psi_{j,n}$ . Esses coeficientes nos dão informações sobre o comportamento da função  $f(t)$  na resolução dual de escala  $2^j$  e tempo  $2^j n$ .

## 1.2 Fractal

Os Fractais são objetos genuinamente geométricos e que são descritos de forma simples usando a matemática relativamente básica. Apresentam três características principais: auto-semelhança ou invariância por escalas, uma complexidade infinita e dimensão fractal. Entre estas, a característica de aferição é a relacionada à sua dimensão fractal ( $D$ ) e que nos diz informações sobre sua complexidade e auto-semelhança. A dimensão convencional (da geometria euclidiana) se apresenta com dimensões de valores inteiros, diferentemente da dimensão fractal que possui um valor fracionário [BACKES, 2010].

A dimensão ( $D$ ) de um objeto fractal indica quantos elementos menores e similares (autosimilaridade) de mesma característica são necessários para representar o objeto original. Esse conceito de fractais nos possibilita uma concepção mais ampla para o dimensionamento de algumas propriedades relacionadas aos objetos: o grau de aspereza, rugosidade, fragmentação, irregularidade.

Para entendermos a dimensão fractal ( $D$ ) de objetos vamos considerar que um objeto é constituído de  $N$  objetos em uma escala menor  $S$  onde estes constituem o objeto maior. Usando a relação proporcional da sua escala  $S$  elevado a um expoente  $D$ :

$$N = S^D \rightarrow D = \frac{\log(N)}{\log(S)} \quad [6]$$

onde  $D$  é a dimensão fractal.

## 1.3 Expoente de Hurst

Diversas observações naturais são compostas por registros em determinado intervalo de tempo. A sequência de todas essas medidas constitui uma série temporal, que é formada por um conjunto de observações ordenadas sequencialmente ao longo do tempo. Essas séries periodicamente exibem flutuações e comportamento imprevisível independente das escalas de tempo. Tais flutuações geralmente são analisadas a partir do cálculo da correlação entre as suas medidas. Neste sentido, a medida do expoente de Hurst ( $H$ ) de uma série temporal nos fornece informações sobre o tipo de correlação presente na série [RÊGO, 2012].

Os valores de  $H$  variam entre 0 e 1. Para  $H = 0,5$  o sinal ou processo é dito ser aleatório e não apresenta correlações. Para  $0 < H < 0,5$  o sinal é caracterizado como anti-persistente, ou seja, existe uma probabilidade maior do que cinquenta por cento de que um determinado evento temporal não seguir a tendência anterior. Para valores  $0,5 < H < 1$  o sinal é dito persistente e apresenta uma tendência, isto é, a probabilidade de repetição de um determinado evento é maior do que cinquenta por cento. A dimensão fractal  $D$  está relacionada com o Expoente de Hurst  $H$  de acordo com a seguinte expressão matemática:

$$D = 2 - H \quad [7]$$

Neste caso, a dimensão fractal pode assumir valores não-inteiros. Quanto menor é expoente de Hurst  $H$ , mais a dimensão fractal se aproxima de dois e o perfil se torna menos rugoso. Em outras palavras, os objetos menores tendem a preencher completamente a dimensão no qual o objeto maior está inserido.

## 2. METODOLOGIA

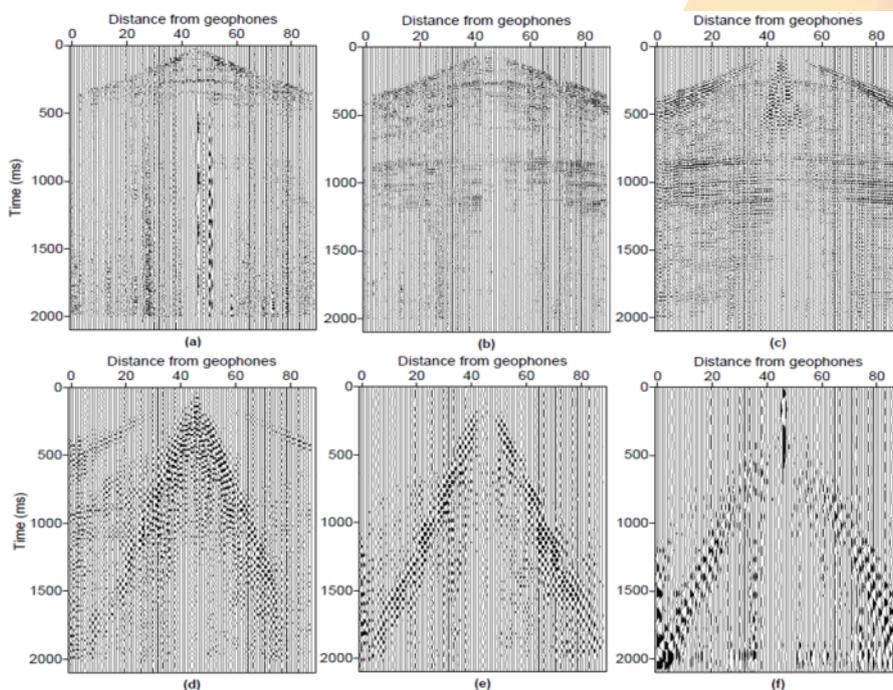
A metodologia aqui utilizada é caracterizada em três etapas principais: (i) processamento do dado sísmico original utilizando a Transformada Wavelet com intuito de obter uma decomposição sísmica em multiescalas, a qual gera vários padrões de imagens sísmicas; (ii) atenuar o ruído “ground roll” dos registros sísmicos e (iii) analisar a dimensão fractal dos dados sísmicos para aferir e evidenciar possíveis correlações das estruturas geológicas. As medidas das correlações são obtidas através dos expoentes de hurst, os quais foram calculados usando a transformada wavelet discreta. Em seguida, os expoentes de hurst são analisados com a dimensão fractal. Esta análise foi realizada para os registros sísmicos mostrados na Figura 1, bem como dos vários padrões em escalas de imagens sísmicas gerados com a Decomposição em Multiescala, os quais estão mostrados na Figura 2.

O registro sísmico original (sismograma em  $2D$ ) aqui analisado para se alcançar o objetivo deste trabalho (Figura 1(a)) representa o registro de um levantamento sísmico realizado em terra.

Como se pode ver nesta figura, o registro sísmico é composto de 89 traços sísmicos e 2100 leituras (amostras temporais) por cada traço. No entanto, o registro sísmico é uma matriz  $M \in R^{m \times n}$  de valores reais formada por  $n$  traços (colunas) e  $m$  amostras (linhas) por traço. Para todos os registros sísmicos aqui analisados os valores são  $m = 2100$  e  $n = 89$ . No entanto, o sismograma é uma matriz de ordem 2100 x 89.

A Decomposição em Multiescala é um método que faz uso da Transformada Wavelet e que foi desenvolvido para se obter padrões sísmicos semelhantes do sismograma original, conforme relata Leite [Leite, 2007]. Essa decomposição transforma o sismograma original em padrões de imagens sísmicas (subsismogramas) semelhantes, porém diferentes nas amplitudes, nas frequências e representados por escalas. Nesse sentido, a Decomposição em Multiescala significa uma distribuição da energia do sismograma e cada padrão está relacionado com o particionamento da energia nas interfaces do meio geológico. Assim é permitida uma identificação visual de alguns eventos geológicos (heterogeneidade) particulares bem como a localização por escalas de alguns eventos.

Figura 2 – Padrões sísmicos gerados através da Decomposição Multiescalas. Padrões para as escalas (a) primeira, (b) segunda, (c) terceira, (d) quarta, (e) quinta e (f) da sexta à décima primeira.



A metodologia utilizada para calcular os expoentes de hurst dos registros sísmicos é através do método do Espectro de Energia da Wavelet (equação 8) que foi proposto por Sahimi [Sahimi, 2003]. Esta metodologia emprega um algoritmo de fácil implementação e tem sido usado dentro das



análises envolvendo geometria fractal e expoente de hurst. Para os registros sísmicos aqui analisados esta relação é caracterizada pela auto-similaridade dos registros sísmicos. Se o registro sísmico possui característica geométrica fractal, então o expoente de hurst  $H$  está relacionado com a dimensão fractal  $D$  conforme a equação [7]  $D = 2 - H$ .

### 1.3 Calculando o Expoente de Hurst usando a Transformada Wavelet

O Espectro de Energia da Wavelet identifica as escalas dominantes em uma série/função e fornece a melhor medida da variância de um conjunto de dados porque os coeficientes wavelets são influenciados por eventos locais [Sahimi, 2003]. O Espectro de Energia da Wavelet  $E(j)$  em cada nível de escala é definido como sendo;

$$E(j) = \sum_k |d_{j,k}|^2 \quad [8]$$

onde  $j$  corresponde ao nível de escala da decomposição wavelet e  $k$  é o parâmetro de translação da wavelet. A estimativa do expoente de hurst  $H$  é dada pela regressão linear da variância  $\sigma^2(j)$  do espectro de energia wavelet de acordo com a relação matemática [Sahimi, 2003];

$$\log [\sigma^2(j)] = (2H + 1)j + constante. \quad [9]$$

Então, a inclinação da reta de  $\log [\sigma^2(j)]$  pelo nível de escala  $j$  nos fornece o expoente de hurst  $H$ . Neste sentido, para se obter o expoente de hurst via transformada wavelet discreta segue três passos: (i) calcula a transformada wavelet dos registros sísmicos (um por vez) de acordo com a equação [1], (ii) calcula o espectro de energia wavelet (equação 8) a partir dos coeficientes da transformada wavelet discreta, (iii) calcular a variância do espectro de energia wavelet e (iv) obter a inclinação do gráfico log-log de acordo com a equação [9].

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 1(a) mostra o registro sísmico original aqui analisado e na Figura 2 (2a, 2b, 2c, ..., 2f) os padrões sísmicos obtidos pela Decomposição em Multiescala utilizando a Transformada wavelet discreta. Em cada nível de escala tem-se um padrão sísmico semelhante ao original, porém com energia fracionada por escala. Na Figura 1(b) temos o registro sísmico após a remoção do ruído *ground roll* e na Figura 1(c) temos o registro sísmico após a atenuação do *ground roll*.

A metodologia empregada na Decomposição Multiescal, bem como a atenuação do *ground roll* foi parte de outros trabalhos e pode ser encontrada em [Leite, 2007]. Também, uma estimativa do expoente de hurst e análise fractal em registros sísmicos utilizando o método do *box counting* foi objeto de outro trabalho nosso e que pode ser encontrado em Santos e Leite [Santos e Leite, 2015]. Neste sentido, vamos detalhar somente aos resultados novos sobre análise fractal dos registros



sísmicos com relação às estimativas do expoente de hurst, que foram calculados através da transformada wavelet discreta.

Figura 3 – Expoente de hurst  $H$  para cada traço completo dos registros sísmicos da Figura 1(a) à (c). Registro sísmico (Preto) original, (Verde) sem o ruído *ground roll* e (Azul) porção removida do original.

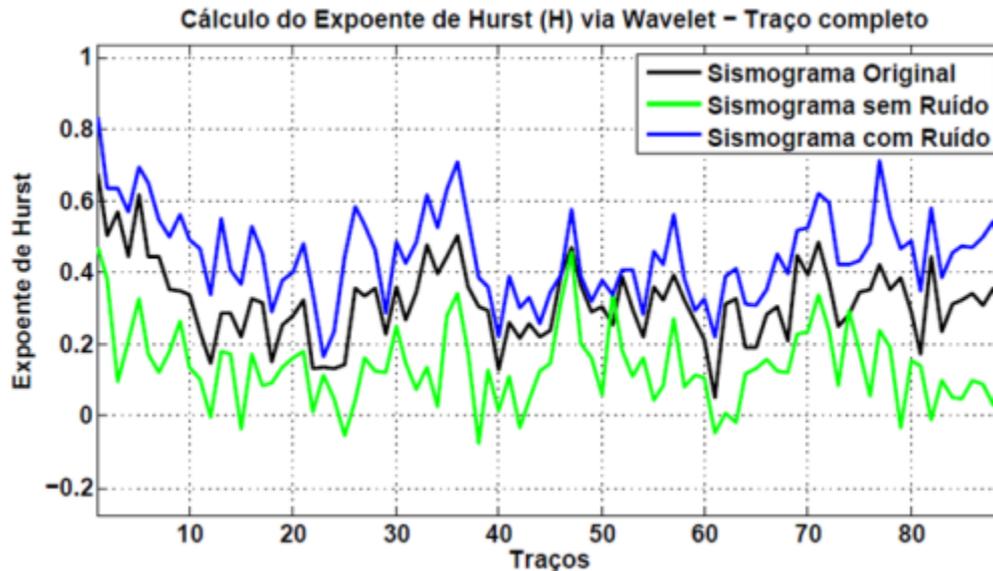
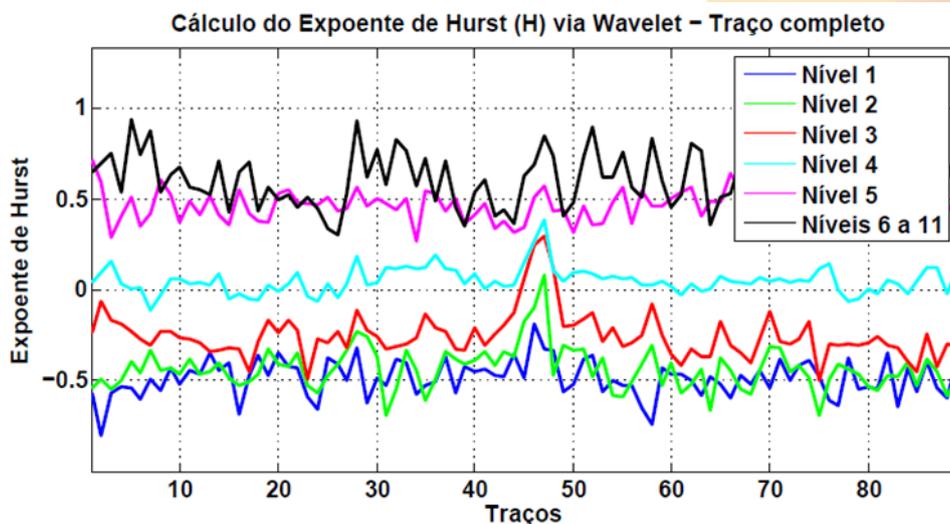


Figura 4 – Expoente de hurst  $H$  calculado para cada traço completo dos registros sísmicos representados na Figura 2(a) até (f).



Na Figura 1(a) temos o registro sísmico original. Na Figura 1(c) temos o registro sísmico e que representa a porção que foi removida do registro original. Neste sentido, esse registro tem o ruído *ground roll* como predominância e na Figura 1(b) temos o registro no qual é a porção do registro original sem o ruído.

É mostrada na Figura 3 a dinâmica dos expoentes de hurst  $H$  para cada traço dos três registros sísmicos mostrados na Figura 1. Podemos perceber que os valores para os expoentes de hurst são maiores para o registro da Figura 1(c), o qual apresenta acentuada evidência do ruído

*ground roll* (azul). Os valores menores para os expoentes de hurst estão para o registro sísmico da Figura 1(b), no qual apresenta atenuação do ruído *ground roll* (verde). Se comparados, os valores anteriores para o expoente de hurst, o registro sísmico original mostrado na Figura 1(a) apresenta valores intermediários (preto) para os expoentes de hurst. Ainda na Figura 3, percebemos que a dinâmica do expoente de hurst apresenta um comportamento semelhante para o registro sísmico original (cor preta) e com o registro sísmico onde o *ground roll* é predominante (cor azul). Já para o registro sísmico sem a presença do ruído *ground roll* a dinâmica do expoente de hurst (cor verde) apresenta dinâmica inversa. Enquanto ocorre uma variação de crescimento nos expoentes de hurst para o registro sísmico original (Figura 1a) e para o registro sísmico com o *ground roll* (Figura 1b), ocorre uma variação oposta no crescimento dos expoentes de hurst para o registro sísmico sem o *ground roll* (Figura 1c). Essas mesmas características já foram obtidas no trabalho anterior [Santos e Leite, 2015], porém, agora as variações são mais regulares, isto é, a discrepância é menor. Isto se deve a regularização da distribuição de energia para os coeficientes da transformada wavelet.

A nossa análise também foi testada para os padrões sísmicos mostrados na Figura 2((a) até (f)). Esses registros sísmicos são padrões representados em níveis de escalas e foram obtidos pelo método da Decomposição Multiescala usando a transformada wavelet discreta. Na Figura 4 temos a dinâmica dos expoentes de hurst para os registros da Figura 2. Neste diagnóstico, podemos observar que a dinâmica de correlação para os expoentes de hurst torna-se mais evidente com valores menores para os primeiros níveis de escalas ou níveis de escalas mais baixo. Podemos verificar na Figura 4 que os valores do expoente de hurst  $H$  são maiores para os níveis e escalas maiores, os quais estão representados pela linha preta. Isto se torna evidente quando analisamos que o ruído *ground roll* é caracterizado por um espectro de energia mais forte, isto é, os coeficientes das wavelets são mais fortes em padrões muito ruidosos. Já o menor nível de escala apresenta expoentes de hurst menores, os quais estão representados pela linha azul na Figura 4. As variações para os valores de  $H$  são menores ainda. Isto se caracteriza pelo fato de que o espectro de energia wavelet torna-se mais evidente em eventos com variações mais localizadas, uma vez que o espectro de energia, para este caso, foi calculado para cada nível de escala.

#### 4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos com o desenvolvimento deste trabalho mostraram que as análises envolvendo as wavelets são extremamente eficientes. Uma vez que a transformada wavelet decompõe o registro sísmico em níveis de escalas diferentes, então esta ferramenta é adequada para análise de eventos que apresentam autosimilaridades. A transformada wavelet discreta nos fornece

coeficientes  $d_{j,k}$  por níveis de escalas  $j$ . Em cada nível de escala está associado o espectro de energia wavelet  $E(j)$  para cada padrão sísmico analisado. Este espectro de energia identifica as correlações dominantes.

Analisando os expoentes de hurst para os registros sísmicos da Figura 1 e para os padrões sísmicos da Figura 2 percebemos que existe uma correlação entre o registro sísmico original, o registro sísmico sem o ruído “ground roll” e registro sísmico que apresenta o *ground roll* como sinal predominante. Nesse contexto, as análises com base nos fractais, no expoente de hurst e nas wavelets discretas podem ser analisadas e estudadas para analisar e descrever singularidades em registros sísmicos.

## REFERÊNCIAS

ALVES, F. M., *Atenuação do ground roll utilizando filtragem adaptativa com filtros tipo wiener-levinson antissimétricos e decomposição em modos empíricos*. 2013. 52p. Trabalho de Conclusão de Curso, Departamento de Geofísica do Instituto de Geociências, Universidade Federal da Bahia. Salvador/BA.

BACKES, A. R., *Estudos de Métodos de Análise de Complexidade em imagens*. 2010. 181p. Tese de Doutorado, Curso de Ciência da Computação e Matemática Computacional, Universidade de São Paulo. São Carlos/SP.

CORSO, G.; KUHN, P. S.; LUCENA, L. S.; THOME, Z. D. *Seismic Ground Roll Time-Frequency Filtering using the Gaussian Wavelet Transform*. Physica A, v. 318, p. 551-561.

DAUBECHIES, I. *Ten Lectures on Wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, 1992.

DEIGHAN, A. J.; WATTS, D. R. *Ground-roll suppression using the wavelet transform*. Geophysics, v. 62, p.1896-1903, 1997.

DO VALE, M. L. C., *Análise de sinais geofísicos na prospecção de petróleo*, 2009, 54p. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociência. Recife/PE.

GURGEL, V. C., *Aplicação de Técnicas Wavelets em Análise de Séries Temporais para Detecção de Correlações*. 2013. 64p. Trabalho de Conclusão de Curso, Curso de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Angicos/RN.

LEITE, F. E. A. *Análise Estatística de Padrões Sísmicos: Decomposição em Multiescala*. 2007, 135p. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Programa de Pós-Graduação em Física. Natal/RN

MALLAT, S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, New York, 1999.

SAHIMI, M. *Large-Scale porous Media and Wavelet Transform*. Computer Simulations, 2003.

SANTOS, A. F.; LEITE, F. E. A. *Estimativa do Expoente de Hurst em Dados Sísmicos Utilizando Análise Fractal*. In: Congresso Nacional de Engenharia de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - CONEPETRO, 2015, Campina Grande - PB. Anais CONEPETRO, 2015. v. 01.

SANTOS, A. S., *Atenuação do ground roll utilizando a filtragem radial*. 2014, 53p. Trabalho de Conclusão de Curso, Departamento de Geofísica do Instituto de Geociências, Universidade Federal da Bahia. Salvador/BA.

THOMAS, J. E. *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. Interciência, 2004.

YILMAZ, O. *Seismic Data Processing*. Society of Exploration Geophysicists (SEG), Tulsa (USA), 2003.