

# MODELO VISCOPLÁSTICO APLICADO A ROCHAS SALINAS SOB DEFORMAÇÕES FINITAS

Geovani Bresolin<sup>1</sup>, Marcelo Krajnc Alves<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia de Mecânica - <u>geovani bresolinl@msn.com</u> <sup>2</sup> Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia de Mecânica - <u>krajnc@emc.ufsc.br</u>

#### RESUMO

No presente trabalho é proposto um modelo constitutivo e um método numérico implícito para a análise do comportamento dúctil de rochas salinas sob deformações finitas. Para modelar a fase primária e secundária da fluência emprega-se o modelo de Multimecanismos de Deformação proposto por Munson, Fossum e Senseny, o qual incorpora os fenômenos de endurecimento e recuperação das rochas salinas quando sujeitas a um processo de deformação. No modelo de viscoplasticidade supõe-se uma decomposição multiplicativa do gradiente de deformação em uma parte elástica e uma parte viscoplástica, e considera-se um modelo não associativo de Druker-Prager. A formulação do modelo segue com uma descrição Lagrangeana Total e considera as equações constitutivas escritas em termos da medida de deformação logarítmica de Hencky e da tensão rotacionada de Kirchoff. Além disso, propôs-se um método numérico implícito com o objetivo de determinar soluções numéricas aproximadas utilizando o método de elementos finitos de Galerkin. Adicionalmente, um operador tangente consistente contínuo, associada ao método implícito, é derivado por uma linearização adequada da forma fraca da equação de equilíbrio. Alguns resultado numéricos são apresentados, sob condições axissimétricas e de estado plano de deformações, para verificar a eficiência do modelo constitutivo e o desempenho do método numérico proposto.

*Palavras-chave*: Viscoplasticidade, Rochas Salinas, Deformações Finitas, Elementos Finitos.

### 1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho é proposto um modelo constitutivo e um método numérico implícito para a análise do comportamento dúctil de rochas salinas sob deformações finitas. Na formulação no contexto de deformações finitas considera-se uma descrição Lagrangena Total: а decomposição multiplicativa do gradiente de deformação em uma parte elástica e uma parte viscoplástica; e as relações constitutivas dadas em termos da medida de deformação logarítmica e do tensor rotacionado de *Kirchhoff*. tensão Neste modelo, a resposta elástica é hiperelástica, de acordo com o modelo de *Hencky,* e um modelo viscoplástico não associativo de *Drucker-Prager* descreve o fluxo da fluência.

O modelo constitutivo proposto para a análise do comportamento dúctil de rochas salinas sob deformações finitas considera o comportamento da fase primária e secundária fluência. adotando modelo da 0 de Multimecanismos de Deformação proposto por Munson, Fossum e Senseny [1990], o fenômenos qual incorpora os de endurecimento e recuperação das rochas salinas quando sujeitas a um processo de deformação. Esta abordagem também foi

> www.conepetro.com .br (83) 3322.3222

> > contato@conepetro.com.br



utilizada por Fossum e Friedrich [2002], Friedrich, Fossum e Hickman [2007], entre outros.

A abordagem de multimecanimos de deformação proposta por Munson, Fossum e [1990]. Sensenv representar para 0 comportamento da fase estacionária da fluência é baseada no mapa dos mecanismos de deformação do sal construído por Munson [1979]. Relações constitutivas baseadas nesta abordagem foram empregadas no modelo de Mecanismo Duplo de Costa et al. [2005] para descrever a fluência estacionária. Modelos mais complexos baseados na abordagem de multimecanimos também foram propostos; ver Chan et al. [1995], Chan e Bodner [1998], e Chan, Bodner e Munson [2001], estes utilizam uma teoria de dano para descrever a variação de permeabilidade da rocha salina danificada, assim como o acoplamento dos fenômenos de fluência, dano e cicatrização.

Abordagens diferentes para modelar o comportamento das rochas salinas, sob condições complexas de carregamento, são fornecidas na literatura. Aubertin, Yahya e Julien [1999, 2000] propuseram um modelo unificado com um único conjunto de equações e constantes materiais. Este foi empregado na descrição do fluxo inelástico das rochas salinas submetidas a distintas condições de carregamento associadas à plasticidade, fluência e relaxação. O modelo descreve o endurecimento (isotrópico misto e cinemático) do material utilizando um tensor tensão de repouso (back stress) para modelar a resposta em curto prazo, um tensor tensão de repouso (back stress) para modelar a resposta em longo prazo e uma tensão de resistência ou drag stress para modelar o endurecimento isotrópico. Cristescu [1994] e Jin e Crisrescu [1998], propuseram uma relação constitutiva triaxial geral, formulada adotando dados experimentais de ensaios triaxiais verdadeir<mark>os de curto praz</mark>o. O modelo envolve uma equação constitutiva não associativa elástica/viscoplástica que representa, no contexto de deformações infinitesimais, a fluência, a relaxação, a dilatância e/ou а **compressib**ilidade volumétrica durante a fluência: e **OS** fenômenos de endurecimento e da falha. Minkley *et al.* [2001] propuseram um modelo viscoplástico de amolecimento para aplicação na solução de problemas de estabilidade estática e dinâmica na mineração de potássio. O modelo considera as fases primária, secundária e terciária da fluência; os efeitos do amolecimento e da dilatação; e adota um critério de falha modificado de Mohr-Coulomb. A lei de fluência de Burgers descreve o fluxo de fluência dependente da de taxa e um mecanismo dilataçãoamolecimento descreve a fase terciária da fluência.

> www.conepetro.com .br (83) 3322.3222 contato@conepetro.com.br



Aqui, o modelo proposto no contexto de deformações finitas é aplicado para a análise do comportamento dúctil de rochas salinas nas condições para o desenvolvimento de campos de petróleo em águas profundas. A utilização da tensão rotacionada de Kirchhoff e da medida de deformação logarítmica na formulação das relações constitutivas, conduz a um mapeamento de retorno descrito no mesmo formato que os obtidos para regimes de pequenas deformações viscoplásticas. Assim, este contexto de deformações finitas permite а incorporação de elaborados modelos constitutivos viscoplásticos com dano, derivados no escopo de pequenas dentro de deformações, algoritmos em grandes deformações de uma maneira relativamente simples e direta. Modelos constitutivos utilizando a tensão rotacionada de Kirchhoff juntamente com a medida de deformação logarítmica foram inicialmente descritos em Eterovic e Bathe [1990] e empregados por Weber e Anand [1990], Akkaram e Zabaras [2001], Souza Neto et al. [1996] e Souza Neto, Peric e Owen [2008].

Também propôs-se, neste trabalho, um método numérico implícito consistente visando obter soluções numéricas aproximadas na análise do comportamento dúctil de rochas salinas.

# 2. DEFORMAÇÕES FINITAS

### 2.1. Cinemática da deformação

O modelo proposto neste trabalho emprega uma decomposição multiplicativa do tensor gradiente de deformação  $\mathbf{F}$  em uma contribuição elástica,  $\mathbf{F}^{e}$ , e outra viscoplástica,  $\mathbf{F}^{vp}$ , como mostrado na Figura 1. Logo,

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{e} \mathbf{F}^{\nu p}$$
[1]

sendo

 $\mathbf{F} = \nabla_{\mathbf{X}} \varphi(\mathbf{X}, t) \; .$ 



em que





Partindo desta premissa, decompõe-se o tensor gradiente de velocidade como

$$\mathbf{L} = \mathbf{F}\mathbf{F} = \mathbf{L}^e + \mathbf{L}^{vp}$$
[3]

$$\mathbf{L}^{e} = \dot{\mathbf{F}}^{e} (\mathbf{F}^{e})^{-1} \quad e \quad \mathbf{L}^{vp} = \mathbf{F}^{e} \dot{\mathbf{F}}^{vp} (\mathbf{F}^{vp})^{-1} (\mathbf{F}^{e})^{-1}$$

$$[4]$$

Neste ponto, definindo a taxa rotacionada do tensor gradiente de velocidade como

$$\mathbf{L}_{R} = (\mathbf{R}^{e})^{T} \mathbf{L} \mathbf{R}^{e}$$
[5]

www.conepetro.com .br (83) 3322.3222



obtem-se a seguinte decomposição da taxa do gradiente da velocidade

$$\mathbf{L}_{R} = \mathbf{L}_{R}^{e} + \mathbf{L}_{R}^{vp}$$
[6]

sendo

$$\mathbf{L}_{R}^{e} = (\mathbf{R}^{e})^{T} \mathbf{L}^{e} \mathbf{R}^{e} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{L}_{R}^{vp} = (\mathbf{R}^{e})^{T} \mathbf{L}^{vp} \mathbf{R}^{e}$$
[7]

cuja a parte simétrica é dada por

$$\mathbf{D}_{R} = \mathbf{D}_{R}^{e} + \mathbf{D}_{R}^{vp}, \qquad [8]$$

com

$$\mathbf{D}_{R}^{e} = \frac{1}{2} \left[ \mathbf{L}_{R}^{e} + (\mathbf{L}_{R}^{e})^{T} \right]$$
[9]

e

$$\mathbf{D}_{R}^{vp} = \frac{1}{2} \Big| \mathbf{L}_{R}^{vp} + (\mathbf{L}_{R}^{vp})^{T} \Big|.$$
 [10]

Uma vez que o gradiente de deformação elástica admite decomposição polar, ou seja,  $\mathbf{F}^{e} = \mathbf{R}^{e} \mathbf{U}^{e}$ ,

[11]

com  $\mathbf{U}^{e} = \sqrt{\mathbf{C}^{e}}$  e  $\mathbf{C}^{e}$  sendo o tensor deformação de *Cauchy-Green* elástico à direita dado por  $\mathbf{C}^{e} = (\mathbf{F}^{e})^{T} \mathbf{F}^{e}$ , chega-se ao tensor deformação logarítmico ou de *Hencky*  $\mathbf{E}^{e} = \ln(\mathbf{U}^{e})$ .

[12]

# 2.2. Medida de tensão conjugada

Conforme colocado por Hill [1978], na formulação de teorias constitutivas, os pares de tensão-deformação devem ser tais que a taxa de densidade de trabalho permaneça preservada. Como resultado, a tensão conjugada, associada à deformação de *Henchy*, sob condições de isotropia, é a tensão rotacionada de *Kirchhoff*  $au_{R}$ , dada por

$$\boldsymbol{\tau}_{R} = (\mathbf{R}^{e})^{T} \boldsymbol{\tau} \mathbf{R}^{e}, \qquad [13]$$

sendo  $\boldsymbol{\tau} = \det(\mathbf{F})\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{P}\mathbf{F}^{T}$  o tensor tensão de *Kirchhoff*,  $\boldsymbol{\sigma}$  o tensor tensão de *Cauchy* e  $\mathbf{P}$  o primeiro tensor tensão de *Piola-Kirchhoff*.

# 2.3 Lei constitutiva hiperelástica, potenciais de energia livre e de dissipação

Neste ponto, incorpora-se um modelo viscoplástico não associativo utilizando uma função de escoamento de *Drucker-Prager*. Além disso, no contexto da termodinâmica dos processos irreversíveis, supõe-se a existência de um potencial de energia livre da seguinte forma:

 $\Psi(\mathbf{E}^{e},\kappa) = \Psi^{e}(\mathbf{E}^{e}) + \Psi^{vp}(\kappa)$ 

[14]

em que

$$\rho_o \Psi^e(\mathbf{E}^e) = \frac{1}{2} \mathbf{D} \mathbf{E}^e \cdot \mathbf{E}^e.$$

Г	1	5	1
L	Т	J	

Aqui,  $\rho_o$  denota a densidade de massa na configuração de referência, **D** o tensor isotrópico padrão de elasticidade, dado por D = 2 $\mu_o$ I +  $\lambda_o$ (I  $\otimes$  I),

[16]

com  $\mu_o$  e  $\lambda_o$  representando as constantes de Lamé, | o operador identidade de quarta ordem em relação ao conjunto de tensores simétricos e **I** o tensor identidade de

# www.conepetro.com .br



segunda ordem. As equações de estado associadas derivadas para o modelo são:

$$\boldsymbol{\tau}_{R} = \rho_{o} \frac{\partial \Psi(\mathbf{E}^{e}, \kappa)}{\partial \mathbf{E}^{e}} = \mathsf{D} \mathbf{E}^{e}$$

[17]

para a tensão rotacionada de Kirchhoff e

$$K = \rho_o \frac{\partial \Psi(\mathbf{E}^e, \kappa)}{\partial \kappa}$$

[18]

para a variável dual associada à variável interna  $\kappa$  .

A dissipação resultante associada ao modelo proposto é

$$D = \boldsymbol{\tau}_{R} \cdot \mathbf{D}_{R}^{vp} + K\kappa \ge 0, \qquad [19]$$

sendo  $\mathbf{D}_{R}^{vp}$  o tensor taxa de deformação viscoplástica rotacionada, dado por  $\mathbf{D}_{R}^{vp} = (\mathbf{R}^{e})^{T} \mathbf{D} \mathbf{R}^{e}$ .

Supõe-se para o modelo de rochas salinas a seguinte função de escoamento de *Drucker-Prager* 

 $f(\boldsymbol{\tau}_{R}, K; \mathbf{E}^{e}, \kappa) = \eta \ p + q - \xi \ c(K; \mathbf{E}^{e}, \kappa)$ [20]

em que

$$c(\varepsilon_{vm}^{vp}) = c_{\alpha} + c_{\infty}[1 - e^{-b \varepsilon_{vm}^{vp}}],$$
[21]

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} \boldsymbol{\tau}_{R}^{D} \boldsymbol{\tau}_{R}^{D}}$$
e [22]

$$p = \frac{1}{3} tr[\boldsymbol{\tau}_R].$$

[23] Aqui,  $c(K; \mathbf{E}^e, \kappa)$  é a resistência coesiva que incorpora o endurecimento isotrópico com  $\mathcal{\eta}$ ,  $\boldsymbol{\xi}$ ,  $c_{\alpha}$ ,  $c_{\infty}$  e *b* representando parâmetros materiais. Além disso,  $\varepsilon_{vm}^{vp}$  é a deformação efetiva associada a tensão efetiva  $\boldsymbol{\tau}_{eq}^{vm}$ , definida como  $\boldsymbol{\tau}_{eq}^{vm} = \sqrt{\frac{3}{2}}\boldsymbol{\tau}_{R}^{D} \boldsymbol{\tau}_{R}^{D}$ , com  $\boldsymbol{\tau}_{R}^{D} = \boldsymbol{\tau}_{R} - p\mathbf{I}$ . A deformação efetiva,  $\varepsilon_{vm}^{vp}$ , é obtida mediante a imposição do princípio da equivalência da taxa de trabalho inelástico, ou seja, impondo que  $\dot{\omega}_{vm}^{vp} = \boldsymbol{\tau}_{R}^{D} \cdot \mathbf{D}_{R}^{Dvp} = \boldsymbol{\tau}_{eq}^{vm} \dot{\varepsilon}_{vm}^{vp}$ .

Para descrever os processos de dissipação viscoplástica são introduzidas as leis cinéticas complementares, derivadas pela definição de um pseudopotencial de dissipação e a aplicação do critério de dissipação normal. Logo, supõe-se o seguinte modelo de *Drucker-Prager* não associativo como pseudopotencial de dissipação,

 $G_{vp}^{*}(\boldsymbol{\tau}_{R}, K; \mathbf{E}^{e}, \kappa) = \vartheta \ p + q - c_{o}(K; \mathbf{E}^{e}, \kappa),$ [24]

em que o parâmetro de dilatância,  $\mathcal{P}$ , é utilizado para controlar a expansão do volume inelástico. Assim, obtêm-se as seguintes equações de evolução para as variáveis internas:

• Fluxo viscoplástico

$$\mathbf{D}_{R}^{vp} = \dot{\lambda}_{vp} \frac{\partial \mathbf{G}_{vp}^{*}}{\partial \boldsymbol{\tau}_{R}} = \dot{\lambda}_{vp} \mathbf{N}$$

[25]

sendo

$$\mathbf{N} = \frac{\vartheta}{3}\mathbf{I} + \frac{\boldsymbol{\tau}_{R}^{D}}{2q}.$$

# www.conepetro.com .br



• Endurecimento isotrópico

$$\dot{\kappa} = -\dot{\lambda}_{vp} \frac{\partial G_{vp}^*}{\partial K}$$

[27]

sendo

$$\frac{\partial G_{vp}^{*}}{\partial K} = -\frac{\partial}{\partial K} \{ c_o(K; \mathbf{E}^e, \kappa) \},$$
[28]

com  $\dot{\lambda}_{vp}$  denotando o multiplicador viscoplástico.

Visando definir a taxa de deformação viscoplástica efetiva  $\dot{\varepsilon}_{ef}^{vp}$ , introduz-se uma medida de tensão efetiva, fornecida por  $\tau_{ef} = q + \vartheta p$ . Através da imposição do princípio da equivalência da taxa de trabalho inelástico, dado como  $\dot{\omega}^{p} = \tau_{R} \cdot \mathbf{D}_{R}^{vp} = \tau_{ef} \varepsilon_{ef}^{vp}$ , chega-se a subsequente relação

$$\dot{\varepsilon}_{ef}^{vp} = \lambda_{vp}$$

[29]

Para modelar o comportamento de fluência primária e secundária das rochas salinas adota-se o modelo proposto por Munson, Fossum Senseny [1990] e denominado de Modelo de Multimecanismos de Deformação (M-D). Neste modelo o processo de deformação por fluência estacionária é baseado no mapa dos mecanismos de deformação do sal construído por Munson [1979]. A taxa de fluência em regime estacionário,  $\dot{\varepsilon}_{ef(s)}^{vp}$ , pode ser expressa como a soma das taxas destes mecanismos,

 $\dot{\mathcal{E}}_{ef(s_i)}^{vp}$ , agindo em paralelo, ou seja,

$$\dot{\varepsilon}_{ef(s)}^{vp} = \sum_{i=1}^{3} \dot{\varepsilon}_{ef(s_i)}^{vp},$$
[30]

sendo as taxas destes mecanismos individuais da fluência em regime estacionário fornecidas pela seguintes expressões:

$$\dot{\varepsilon}_{ef(s_1)}^{vp} = A_1 \exp\left[\frac{-Q_1}{RT}\right] \left[\frac{\tau_{eq}^{vm}}{\mu_o}\right]^{n_1}, \qquad [31]$$

$$\dot{\varepsilon}_{ef(s_2)}^{vp} = A_2 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \left[\frac{\tau_{eq}^{vm}}{\mu_o}\right]^{n_2}$$
[32]

e

$$\dot{\varepsilon}_{ef(s_3)}^{vp} = H\left(\tau_{eq}^{vm} - \tau_o\right) \begin{bmatrix} B_1 \exp\left[\frac{-Q_1}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_2 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_2 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_2 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_2 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_2 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_1 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right] \\ B_2 \exp\left[\frac{-Q_2}{RT}\right$$

Nas relações acima,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  são constantes materiais,  $Q_1$  e  $Q_2$  são as energias de ativação do mecanismo, T é a temperatura absoluta, R é a constante universal dos gases,  $n_1$  e  $n_2$  são os expoentes de tensão,  $d_o$  é uma constante material,  $\tau_o$  é uma constante dada pelo limite da tensão do mecanismo de deslizamento de discordâncias,  $\tau_{eq}^{vm}$  é uma tensão equivalente efetiva do tipo *von Mises* e H é a função de

> www.conepetro.com .br (83) 3322.3222 contato@conepetro.com.br



Heaviside com o argumento  $(\tau_{eq}^{vm} - \tau_o)$ . Os três mecanismos definidos pelas Eqs. (31) -(33), representam: а escalagem de discordâncias (dislocation climb), 0 mecanismo bem caracterizado experimentalmente porém indefinido (undefined mechanism) e o deslizamento de discordâncias (dislocation glide), respectivamente.

A resposta transiente é descrita por um fator de multiplicação aplicado à taxa de fluência em regime estacionário. Como resultado, a taxa de fluência total é dada pela seguinte relação

$$\dot{\varepsilon}_{ef}^{vp} = \begin{bmatrix} F(\boldsymbol{\tau}_{R},\kappa) \dot{\varepsilon}_{ef(s)}^{vp}, \text{ se } f(\boldsymbol{\tau}_{R},K;\mathbf{E}^{e},\kappa) \ge 0 \\ \vdots \\ 0, \quad \text{ se } f(\boldsymbol{\tau}_{R},K;\mathbf{E}^{e},\kappa) < 0. \end{bmatrix}$$

[34]

A função transiente, F, é responsável por incorporar o comportamento de endurecimento, regime estacionário e recuperação das rochas salinas, os quais podem ocorrer quando estas são sujeitas a carregamentos complexos. Esta função é expressa como:

$$F(\boldsymbol{\tau}_{R},\kappa) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & 0 \\ \kappa & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa & \kappa & \kappa & \kappa & \kappa \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

[35]

com

$$\varepsilon_{t}^{*}(\boldsymbol{\tau}_{R}) = K_{o} \exp[c_{b}T] \left[ \frac{\boldsymbol{\tau}_{eq}^{vm}}{\mu_{o}} \right]^{m},$$
[36]

$$\delta_{1}(\boldsymbol{\tau}_{R}) = \alpha_{w} + \beta_{w} \log \left[\frac{\boldsymbol{\tau}_{eq}^{vm}}{\mu_{o}}\right]$$
[37]

e

$$\delta_2(\boldsymbol{\tau}_R) = \alpha_r + \beta_r \log \left[ \frac{\boldsymbol{\tau}_{eq}^{vm}}{\mu_o} \right].$$
 [38]

Aqui,  $\varepsilon_t^*$  é o limite da deformação transiente,  $\delta_1$  e  $\delta_2$  são os parâmetros de endurecimento e recuperação, respectivamente, e  $K_o$ ,  $c_b$ , m,  $\alpha_w$ ,  $\alpha_r$ ,  $\beta_w$  e  $\beta_r$  são constantes materiais. Por meio da abordagem de Munson, a equação de evolução para K é dada por

$$\dot{\kappa} = \begin{bmatrix} F(\boldsymbol{\tau}_{R}, \kappa) - 1 \end{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{ef(s)}^{vp} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} F(\boldsymbol{\tau}_{R}, \kappa) - 1 \end{bmatrix} \\ F(\boldsymbol{\tau}_{R}, \kappa) \end{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{ef}^{vp}$$

[39]

o que permite uma identificação indireta de c<sub>o</sub>(K;E<sup>e</sup>, K), como

$$\frac{\partial}{\partial K} \{ c_o(K; \mathbf{E}^e, \kappa) \} = \begin{bmatrix} F(\boldsymbol{\tau}_R, \kappa) - 1 \\ F(\boldsymbol{\tau}_R, \kappa) \end{bmatrix}$$
[40]

As Eqs. (30), (36), (37) e (38) são modificados através da utilização da tensão efetiva do tipo *von Mises*  $\tau_{eq}^{vm}$ .

# 3. EXEMPLOS

# www.conepetro.com .br



A fim de validar o modelo de rochas salinas e verificar a robustez do algoritmo proposto, alguns problemas simples são investigados. Para a discretização dos problemas emprega-se o método dos elementos finitos de *Galerkin* utilizando um elemento finito Tri6.

### 3.1 Ensaios triaxiais de fluência

Para validar o modelo proposto e identificar os parâmetros materiais associados ao modelo, consideram-se dois ensaios triaxias de fluência em rocha salina. Estas estimativas iniciais foram melhoradas através de um processo de identificação, utilizando os dados experimentais obtidos para as amostras de sal localizadas no Nordeste do Brasil (Estado de Sergipe), conforme consta em Costa *et al.* [2005] e Poiate [2006]. Os parâmetros materiais obtidos são fornecidos nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1: Parâmetros empregados no modelo.

<i>E</i> = 31 GPa	v <del>9</del> = 0, 21
v = 0,25	<i>b</i> = 0,1
$\mu_o$ = 12,4 GPa	$\eta = 0,15$
$C_{lpha}$ = 3,0 MPa $C_{\infty}$ = 0,15 MPa	$\xi = 1,0$ $\lambda_o = \frac{E}{2(1 - v)}$

Tabela 2: Parâmetros viscoplásticos empregados no modelo.

Fluência primária	Fluência secundária	
<i>m</i> = 3	$A_1 = 5,100 \times 10^{22} \text{ s}^{-1}$	

$K_o = 2,200 \times 10^6$	$Q_1 = 104.500,00 \text{ J/mol}$	
$\alpha_w$ = - 8,0	$n_1 = 5,5$	
$\beta_w$ = - 7,738	$A_1 = 5,100 \times 10^{22} \text{ s}^{-1}$	
$\alpha_r = 0,58$	Q <sub>2</sub> = 41.800,00 J/mol	
$B_r = 0,0$	$n_2 = 5,0$	
$c_b = 0,009198$	$\tau_o = 20,57 \text{ MPa}$	
	$d_o = 5.335,00$	
<u>_</u>	$B_1 = 7,121 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	
	$B_2 = 3,550 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$	

Na simulação dos ensaios triaxiais de fluência, as amostras são tratadas como axissimétricas com relação ao eixo *y*. A malha e condições de contorno empregadas nas simulações são ilustradas na Figura 2. O domínio da malha possui uma altura de 88 milímetros e um raio de 44 mm.



Figura 1: Malha e condições de contorno para os ensaios triaxiais de fluência.

Para o sal brasileiro, duas curvas experimentais de ensaios triaxiais de fluência estão disponíveis para diferentes magnitudes de carregamento, conforme mostra a Figura 3 [COSTA *et al.*, 2005 e POIATE, 2006]. As especificações destes ensaios de fluência são fornecidas na Tabela 3.

> www.conepetro.com .br



Tabela 3: Ensaios triaxiais de fluência.

Ensai	T(°C)	σ <sub>c</sub> (MPa)	σ <sub>a</sub> (MPa)	<i>t</i> (h)
0				
А	86	10	20	350
В	86	10	24	1000

A Figura 3 também mostra os dados experimentais juntamente com a solução numérica obtida após o processo de identificação dos parâmetros materiais.





#### 3.2 Túnel em rocha salina

Aqui, considera-se a análise hipotética de um túnel em formação salífera sujeito a condição de estado plano de deformação. Os parâmetros materiais empregados nesta simulação são os mesmos identificados no exemplo anterior (Tabela 1 e 2). O túnel simplificado em rochas salina é apresentado na Figura 3.



Figura 3: Túnel em rocha salina.

A malha contém 1179 nós e 556 elementos finitos Tri6. Por simplicidade, supõe-se que os eixos *x* e *y* são eixos de simetria. As cargas vertical e horizontal aplicadas são definidas da seguinte maneira

$$\sigma_{V}(t) = \begin{bmatrix} \frac{t}{500} & \sigma_{V_{o}}, \text{ se } t \leq 500 \\ \sigma_{V_{o}}, & \text{ se } t > 500 \end{bmatrix}$$

e

 $e^{m}$  que  $\sigma_{V_o} = 24 \text{ MPa e } \sigma_{H_o} = 10 \text{ MPa}.$ 

A Figura 5 mostra as curvas de nível da componente do deslocamento na direção x, em t = 3600 s, para uma malha deformada com fator de escala de 15.

# www.conepetro.com .br



Figura 4: Deslocamentos na direção *x*.

A Figura 6 ilustra as curvas de nível da componente do deslocamento na direção *y*, em t = 3600 s, para uma malha deformada com fator de escala de 15.





A Figura 7 mostra as curvas de nível da distribuição da deformação viscoplástica efetiva,  $\varepsilon_{ef}^{vp}$ , em t = 3600 s, também para uma malha deformada com fator de escala de 15.



Figura 6: Distribuição da deformação viscoplástica efetiva.

### 4. CONCLUSÕES

O modelo constitutivo proposto para a análise de rochas salinas sob deformações finitas incorpora as fases primária e secundária d<mark>a fluência; e conside</mark>ra os fenômenos de endurecimento e recuperação das rochas salinas quando sujeitas a condições simples de carregamento e descarregamento. Além disso, a formulação no contexto de deformações finitas apresentada, baseada em uma descrição Langrangeana Total, considera a decomposição multiplicativa do gradiente de deformação em uma parte elástica e outra viscoplástica; e as relações constitutivas dadas da medida de em termos deformação logarítmica de Hencky e da tensão rotacionada de Kirchoff. Esta abordagem permite a incorporação modelos constitutivos de viscoplásticos, desenvolvidos no âmbito de pequenas deformações, dentro de algoritmos de deformações finitas de uma maneira

> www.conepetro.com .br (83) 3322.3222

> > contato@conepetro.com.br



relativamente simples e direta. Portanto, a grande vantagem na utilização desta abordagem é poder estender modelos viscoplásticos conhecidos de deformações infinitesimais para condições de deformações finitas. Adicionalmente, propôs-se um método numérico implícito, obtendo, deste modo, um operador tangente consistente, a fim de modelar o comportamento dúctil das rochas salinas sujeitas a deformações finitas.

### **5. AGRADECIMENTOS**

À Agência Nacional de Petróleo – ANP pelo suporte financeiro.

# 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKKARAM, S., ZABARAS, N. *An updated Lagrangian finite element sensitivity analysis of large deformations using quadrilateral elements*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 52, p. 1131-1163, 2001.

AUBERTIN, M., YAHYA, O.M.L., JULIEN, M. *Modeling mixed hardening of alkali halides with a modified version of an internal state variables model.* International Journal of Plasticity, Elsevier, v. 15, n. 10, p. 1067-1088, 1999.

AUBERTIN, M., YAHYA, O.M.L., JULIEN, M. Erratum to *Modeling mixed hardening of*  alkali halides with a modified version of an internal state variables model. International Journal of Plasticity, V. 16, p. 1131-1132, 2000.

CHAN, K.S., FOSSUM, A.F., BODNER, S.R., MUNSON, D.E. *Constitutive representation of damage healing in WIPP salt*. In: 35th U.S Symposium on Rock Mechanics (USRMS). Reno, Nevada: American Rock Mechanics Association, 1995.

CHAN, K.S. BODNER, S.R. *Recovery and healing of damage in WIPP salt*. International Journal of Damage Mechanics, Vol. 7, p. 143-166, 1998.

CHAN, K.S., BODNER, S.R., MUNSON, D.E. *Permeability of WIPP salt during damage evolution and healing*. International Journal of Damage Mechanics, SAGE Publications, Vol. 10, n. 4, p. 347-375, 2001.

COSTA, A.M., POIATE, E. JR., FALCÃO, J.L. COELHO, L.F.M. *Triaxial creep tests in salt-applied in drilling through thick salt layers in campos basin-brazil*. In: Society of Petroleum Engineers. SPE/IADC Drilling Conference. Amsterdam, p.23–25, 2005.

CRISTESCU, N. D. A procedure to determine nonassociated constitutive equations for geomaterials. International

www.conepetro.com .br (83) 3322.3222 contato@conepetro.com.br



Journal of Plasticity, Vol. 10, No. 2, p. 103-131, 1994.

ETEROVIC, A.L., BATHE, K.J. *A hyperelastic-based large strain elasto-plastic constitutive formulation with combined isotropic-kinematic hardening using the logarithmic stress and strain measures*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 30, p. 1099-1114, 1990.

FIRME, P. A. L. P. *Modelagem Constitutiva e Análise Probabilística Aplicadas a Poços em Zonas de Sal.* 2013, 232p. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil. Rio de Janeiro-RJ.

FOSSUM, A.; FREDRICH, J. Salt mechanics primer for near-salt and sub-salt deepwater Gulf of Mexico field developments. Albuquerque, New Mexico: Sandia National Laboratories, 2002.

J.T., FREDRICH, FOSSUM. A.F., HICKMAN, R.J. Mineralogy of deepwater Gulf of Mexico salt formations and implications for constitutive behavior. Journal of Petroleum Science and Engineering, Elsevier, v. 57, n. 3-4, p. 354-374, 2007.

HILL, R. *Aspects of invariance in solid mechanics*. Advances in Applied Mechanics, vol. 18, p. 1-75, 1978.

JIN, J., CRISTESCU, N. D. *An elastic/viscoplastic model for transient creep.* International Journal of Plasticity, Elsevier, Vol. 14, n. 1-3, p. 85-107, 1998.

MINKLEY, W., MENZEL, W., KONIETZKY, H., TE KAMP, L. *A visco-elasto-plastic softening model and its applica-tion for solving static and dynamic stability problems in potash mining*. In: Proceedings 2nd FLAC Symposium. Lyon: Numerical Modeling in Geomechanics, p. 21–27, 2001.

MUNSON, D. E. *Preliminary deformation mechanism map for salt (with application to WIPP)*. Albuquerque, New Mexico: Sandia National Laboratories, 1979.

MUNSON, D. E.; FOSSUM, A. F.; SENSENY, P. E. *Approach to first principles model prediction of measured WIPP (Waste Isolation Pilot Plant) in-situ room closure in salt*. Tunnelling and Underground Space Technology, Elsevier, v. 5, n. 1, p. 135-139, 1990.

MUNSON, D.E. *Constitutive Model of Creep in Rock Salt Applied toUnderground Room Closure*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 34, n. 2, p.233-247, 1997.

> www.conepetro.com .br (83) 3322.3222

> > contato@conepetro.com.br



POIATE, E. JR., COSTA, A.M., FALCÃO, J.L. *Well design for drilling through thick evaporite layers.* In: Society of Petroleum Engineers, SPE/IADC Drilling Conference. Miami, p.21–23, 2006.

SOUZA NETO, E.A., PERIC, D., DUTKO, M., OWEN, D.R.J. *Design of simple low order finite elements for large strain analysis of nearly incompressible solids*. International Journal of Solids and Structures, vol. 33, p. 3277-3296, 1996. SOUZA NETO, E.A., PERIC D., OWEN D. *Computational methods for plasticity: theory and applications*. John Wiley & Sons Ltd, 2008.

WEBER G., ANAND, L. *Finite deformation constitutive equations and a time integration procedure for isotropic hyperelasticviscoplastic solids*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 79, pp. 173-202, 1990.

# www.conepetro.com .br