

Engenharia didática: Uma metodologia na arte de resolver problemas matemáticos de Geometria espacial

Aretha Cristina Ribeiro¹
Isis Françes Gonçalves Siebra²
João Paulo Martins da Silva³

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas – IFAM
[aretha_crsitina_ribeiro@hotmail.com/](mailto:aretha_crsitina_ribeiro@hotmail.com) jpcpu1@hotmail.com

Resumo: Esta pesquisa fez uso da Engenharia Didática como metodologia e como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008) que nos possibilitará com mais precisão se os saberes escolares ensinados pelo professor foram consolidados pelos estudantes; pois no processo de ensino e aprendizagem é importante verificar, se o estudante compreendeu o conteúdo trabalhado em sala de aula e como mostrará se esses saberes estão sendo usados de forma apropriada na prática. Nosso objetivo foi verificar se os alunos conseguem relacionar os dados de um problema matemático com a construção geométrica da figura e identificar as principais dificuldades dos alunos na elaboração e formulação da solução de uma questão problema. O conteúdo matemático passado nas salas de aula transforma-a num elo abstrato e distante da realidade do aluno, e partindo desse questionamento, esta pesquisa vem de forma didática transpor aos alunos a possibilidade construir seu próprio conhecimento; para isso iremos utilizar a planificação e a construção do sólido geométrico (pirâmide), onde o aluno terá em mão o objeto matemático, e poderá compara e tirar suas próprias conclusões. Verificamos no final da pesquisa que a grande maioria dos alunos que participaram tinha dificuldade no conteúdo do Ensino Fundamental e isso é visível em uma das duas turmas que a pesquisa foi aplicada.

Palavras-chave: Engenharia Didática, sólido geométrico e pirâmide.

INTRODUÇÃO

A questão motivadora desta pesquisa é verificar as dificuldades que existe nos alunos em criar suas soluções a partir de questões problemas que compreende a geometria espacial, e se existe alguma forma de alcançar o desenvolvimento da solução dos problemas, partindo que o aluno possa visualizar e toca nas figuras, do abstrato da matemática apresentado na sala de aula ao concreto; utilizando para isso, a construção dos sólidos com material concreto, dando oportunidade aos sujeitos da pesquisa de serem os construtores de seu conhecimento e ajudando-os a superar as dificuldades de aprendizagem, levando em consideração as particularidades dos mesmos. Também iremos comparar os tipos de dificuldades e as superações apresentadas pelos os alunos do 2º ano do professor A

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática, Discente, Instituto Federal do Amazonas, *Campus* Centro – IFAM/CMC. aretha_cristina_ribeiro@hotmail.com.

² Mestra em Matemática, Docente, Instituto Federal do Amazonas, *Campus* Centro – IFAM/CMC. isis.siebra@ifam.edu.br.

³ Graduando em Licenciatura em Matemática, Discente, Instituto Federal do Amazonas, *Campus* Centro – IFAM/CMC. jpcpu1@hotmail.com.

Optamos como metodologia para o desenvolvimento dessa pesquisa, a Engenharia Didática e como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008), tendo os conceitos de Contrato Didático e a Representação Semiótica como centrais em nossa análise/investigação. Dessa forma, consideramos que essa metodologia nos auxiliará na verificação e nas análises, de como o estudante constrói as estratégias para resolver o problema proposto, investigando quais os conceitos que foram usados para o desenvolvimento da sua atividade.

O uso da Engenharia Didática como metodologia nos possibilitará com mais precisão se os saberes escolares ensinados pelo professor foram consolidados pelos estudantes; pois no processo de ensino e aprendizagem é importante verificar, se o estudante compreendeu o conteúdo trabalhado em sala de aula e como mostrará se esses saberes estão sendo usados de forma apropriada na prática.

FUNDAMENTAÇÃO

Segundo D'Amore B. (2007) a didática da matemática (que nós consideramos como um aspecto da educação matemática mais geral) é a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito (que pode ser qualquer organismo envolvido nessa atividade: uma pessoa, uma instituição, um sistema, até mesmo um animal).

Então a forma com que o objeto matemático for apresentado, construído ou modelado ao aluno tem influência direta no processo do saber matemático, ou seja, a situação didática criada pelo professor ao aluno e fundamental. Neste sentido a metodologia a ser aplicada nesta pesquisa será a Engenharia Didática com a finalidade de analisar as situações didáticas, através da teoria e prática em sala de aula, fundamentada ainda na teoria de Brousseau (apud FREITAS, 2002, p.67) o qual define:

Uma Situação Didática é um conjunto de relações estabelecida de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes.

Figura 1: Etapas da Engenharia Didática.



Fonte: Revista de Educação, Ciências e Matemática v.3
n.1 jan/abr 2013 ISSN 2238-2380.

A Engenharia Didática faz uma analogia com o trabalho de um engenheiro, e forma sistemática, ou seja, quanto a concepção, ao planejamento, execução e finalização do projeto. Mas cabe ainda ressaltar que não é um meio automatizado, pois cada Situação Didática em sala de aula possui suas complexidade e peculiaridade.

Segundo MACHADO (2002, p. 285) ainda definido a engenharia didática, esta metodologia se caracteriza: “[...] como um esquema experimental baseado sobre explicitamente ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de construção (...) o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia realizações didáticas em sala de aula, isto e, sobre a concepção, a realização, a observação e a sequencias de ensino”.

METODOLOGIA

A Engenharia Didática é vista como uma metodologia de pesquisa que enfatiza as realizações didáticas em sala de aula. Por esse motivo escolhemos essa metodologia de acordo com Douady (1985) que define a Didática da Matemática como área das ciências que estuda o processo de transmissão e aquisição de diferentes conteúdos no ensino da Matemática, propondo-se a descrever e explicar os fenômenos relativos ao ensino-aprendizagem específica da matemática.

Realizaremos os processos inerentes da Engenharia Didática no ensino da Geometria Espacial – Pirâmides, conforme os seguintes passos: *análise preliminar, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação*. A coleta de dados para o estudo será realizada através de exercícios durante três aulas.

A estrutura do trabalho é a seguinte: dividimos o presente trabalho em seis partes. A primeira é introdutória, de modo que situe o leitor sobre o tema da investigação. A segunda refere-se à revisão da literatura e os procedimentos teóricos e metodológicos, quando nos permitiu delinear o desenho do trabalho. A terceira constitui das *análises preliminares* da investigação, para conhecer até que ponto os sujeitos da pesquisa estavam a par da geometria que seria explorada. A quarta, é referente à pesquisa em si, permitindo a *análise posteriori* da Engenharia Didática, metodologia adotada para esse trabalho. A quinta parte, validação da investigação, há um confronto entre os dados obtidos na *análise a priori* e na *análise posteriori*. A sexta, e última etapa, fazemos algumas reflexões a respeito do trabalho.

ANÁLISES E DISCUSSÕES

Momento da *análise prévia*, escolhemos a turma do Prof. Dr. Antônio Lira, pois, o mesmo utiliza várias metodologias no ensino da Matemática. Verificamos que o conteúdo ministrado nas turmas do 2º ano de informática no IFAM, no 4º bimestre era geometria espacial que já estava sendo ministrado pelo Prof. Dr. Antônio Lira, um dos assuntos já abordados era pirâmide que foi escolhido para a elaboração desta pesquisa.

O livro didático utilizado foi *Matemática: Ciências e Aplicações – Volume 2*, do autor coordenador *Gelson Iezzi*. É um livro contextualizado, interdisciplinar e de fácil compreensão.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (2006, p.22):

Um professor que utilize o livro didático em suas aulas conta com uma sequência já organizada de apresentação dos assuntos. Diante da proposta dos temas estruturadores, e considerando a sua realidade específica, as necessidades de seus alunos, as particularidades de sua escola e região, o professor pode selecionar os temas que são mais significativos e resolver como deverão ser trabalhados de modo a possibilitar situações de aprendizagem a partir das vivências dos alunos.

O conteúdo de geometria espacial, visto pelos alunos como um conteúdo decorativo de equações e figuras sólidas desenhadas no caderno não possibilita ao aluno uma visão das suas dimensões.

Devido à esta dificuldade torna-se um problema de aprendizagem, que foi notado primeiro contato com os alunos.

Conforme OCEM (2006, p. 75):

O estudo da *Geometria* deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática

que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes.

A construção da *análise a priori* foi feita as observações necessárias, como uma revisão do conteúdo de pirâmide, haja vista que o conteúdo já tinha sido ministrado pelo professor A no início do bimestre e o projeto foi aplicado no final, para depois ser feita atividade proposta pelo o projeto. O mais interessante do projeto foi na hora da aplicação da atividade, seria fora dos moldes das turmas, pois as mesmas eram turmas de técnico em informática e eles não estão habituados com a didática aplicada na atividade, que seria construção de uma pirâmide planifica impressa no papel A4. Onde os mesmos teriam que colar, recorta e montar a pirâmide, isso seria um desafio para eles.

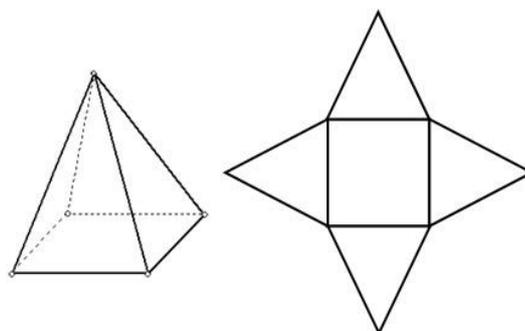
Para alcança objetivo da nossa pesquisa, elaboramos uma construção que utilizaria os matérias e métodos acima mencionados, pois os alunos poderão manusear o solido geométrico por eles construídos. Assim conseguirão detectar os seus elementos e calcular as suas respectivas medidas. As ações feitas pelos alunos tornam responsáveis pelas suas decisões que deverão ser tomadas e validadas pelo professor, neste sentido tem o papel de mediador.

Segundo GUY BROSSEAU (2007, p. 35):

As concepções atuais do ensino exigirão do professor que provoque no aluno – por meio da seleção sensata dos “problemas” que propõe – as adaptações desejadas. Tais problemas, escolhidos de modo que o estudante os possa aceitar, devem fazer, pela própria dinâmica, com que o aluno atue, fale, reflita e evolua [...]. Tal situação denomina-se *adidática*.

Na *fase da experimentação* aplicamos a atividade proposta, para verificar se os alunos conseguem relacionar os dados de problema matemático com a construção do solido geométrico e identificar as principais dificuldades dos alunos na resolução e compreensão do objeto matemático, conforme a figura abaixo.

Figura 2-Planificação da pirâmide



Fonte: Próprio Autor, 2017.

No primeiro momento desta fase iniciamos com a construção do sólido, entregamos a planificação da pirâmide de base quadrada impressa no papel A4, cola, tesoura e papel cartão.

Neste momento verificamos a dificuldade no manuseio dos materiais entregues a eles, pois os mesmos estão acostumados com o uso das tecnologias, sendo uma didática nova de aprendizagem. Como alguns relataram a volta ao “jardim de infância”.

Podemos visualizar nas figuras acima, que está etapa tinha como foco levar os alunos ao processo criativo, iterativo e dinâmico na construção do conhecimento, as equações neste momento deram lugar ao manuseio individual de cada aluno como a planificação, pois os mesmos só tinham o contado com os sólidos geométrico – “pirâmide” na linguagem algébrica e computacional, a sua construção levantou várias inquietações sobre os elementos característicos de uma pirâmide, que também foram abordados numa avaliação.

Como podemos observa na figura 5, o manuseio do sólido era essencial para elaborar a solução das questões propostas na avaliação, no caso verificamos que os alunos tinham uma ferramenta de apoio que tornaria um facilitador para obtenção da resposta das questões.

Figura 3- Manuseio da planificação.

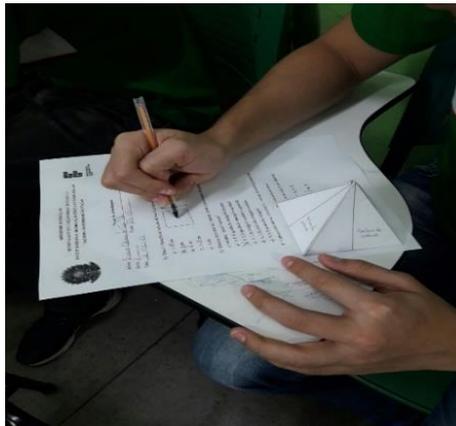


Fonte: Próprio Autor, 2017.

Segundo DURVAL (2009, pag. 58), converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro.

A avaliação tinha como finalidade verificar o conhecimento que os alunos detinham sobre o assunto, relacionando o conhecimento já adquirido pelas aulas do professor e a construção do sólido em questão. Todas as perguntas da avaliação eram baseadas no sólido construído pelo aluno, foi passado somente a seguinte medida, que a pirâmide de base quadrada tem como arestas 5cm.

Figura 4: Resolvendo a Prova com o sólido construído.



Fonte: Próprio autor, 2017.

A atividade foi dividida em 3 (três) questões: a primeira, tinham que conhecer os elementos essenciais da pirâmide, como apótema; na segunda questão era de conhecimento básico de geometria plana somente identificar quais eram as figuras composta na pirâmide de base quadrada e na última questão fazer a relação matemáticas das equações com a sólido construído.

Na *análise a posteriori*, podemos visualizar nas provas as dificuldades encontradas dos alunos com relação ao conteúdo. Como podemos observa na primeira prova o aluno A, acertou todas as questões, podemos notar que o aluno utilizou do desenho feito a partir do sólido construído para resolução do problema e utilizou as equações fazendo o cálculo corretamente, pois percebemos em algumas avaliações o erro matemático, e não a falta de conhecimento correlação ao conteúdo, ficando evidente na segunda prova que o aluno contextualizou seu conhecimento mais os cálculos não foram corretos, já na terceira avaliação notamos que o aluno não tem nenhum conhecimento do conteúdo pois o mesmo errou a primeira questão o que facilitaria o cálculo da terceira questão.

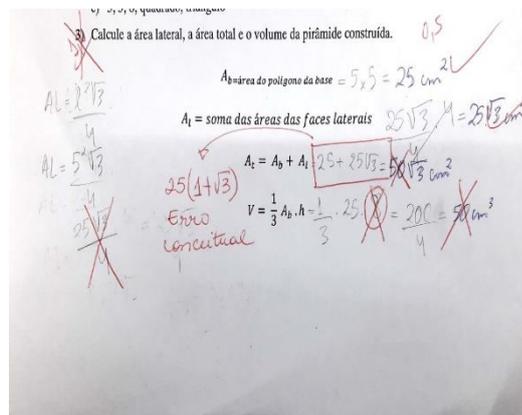
Análise dos erros e acertos notamos que a turma B, errou a terceira questão em maior proporcionalidade em relação a turma A, tal erro foi evidenciado na correção da questão pois os alunos não obtiveram êxito na resolução da questão, que apesar da avaliação conter as equações matemáticas necessárias era preciso fazer um tratamento, interpretar as equações e saber associar com o sólido construído.

Conforme DURVAL (2009, p. 57), o cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismo e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura de números.

Na primeira e na segunda questão os alunos obtiveram aproximadamente 100% de acerto, pois as questões eram de múltiplas escolhas e de conhecimento básico de

geometria. No ato da correção notamos que muitos alunos tinham o conhecimento sobre o conteúdo abordado, mas tinham dificuldade nos cálculos matemáticos, principalmente em conteúdos básicos do ensino fundamental, no caso, na resolução de potenciação e radiciação. Falta de conhecimento do ensino básico prejudica o acompanhamento dos conteúdos do Ensino Médio.

Figura 6-Erro conceitual básico.



3) Calcule a área lateral, a área total e o volume da pirâmide construída. 0,5

Área do polígono da base = $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$

$A_l = 2\sqrt{3}$

$A_l = 5\sqrt{3}$

$A_l = 25\sqrt{3}$

$A_l = \text{soma das áreas das faces laterais} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$

$A_t = A_b + A_l = 25 + 25\sqrt{3} = 25(1 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$

Erro conceitual

$V = \frac{1}{3} A_b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 4 = \frac{200}{3} = 66,67 \text{ cm}^3$

Fonte: Próprio autor, 2017.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve objetivo analisar as principais dificuldades dos alunos com o conteúdo de geometria espacial – pirâmide, do ensino médio e ainda verificar se os alunos conseguiam associar álgebra com a geometria numa construção de um sólido geométrico. Entretanto notamos uma grande dificuldade por parte dos alunos durante a aplicação da atividade proposta nesta pesquisa.

As dificuldades foram inúmeras desta do conteúdo do ensino básico até a interpretação textual do objeto matemático. A situação didática foi um recurso utilizado para facilitar para o aprendizado e a construção do conhecimento.

O recurso didático foi utilizado de forma dinâmica, iterativa, motivadora e organizada em sala de aula, tendo como objetivo levar a geometria que é vista de forma abstrata no quadro branco para uma geometria que eles pudessem manusear dando a oportunidade de superar as dificuldades do aprendizado que tinha com a teoria. Esta pesquisa teve grande relevância educacional, tendo como metodologia a Engenharia Didática que possibilitou com precisão os saberes ensinados pelo professor. E agregando valores na nossa formação acadêmica como futuros professores de Matemática.

REFERÊNCIA

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio.** Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica - volume 2, 2006.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas.** São Paulo: Ática, 2008.

D'AMORE, B. **Epistemologia, Didática da Matemática e Prática de Ensino.** São Paulo: Papirus, 2007.

DURVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagem intelectuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FREITAS, José Luiz Magalhães. **Situações Didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias A. Educação Matemática: uma introdução.** 2ªed. São Paulo: EDUC, 2002.

MACHADO, S. D. A. **Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Educação Matemática: Uma introdução.** 2 ed. São Paulo: Educ., 2002. p. 197-208.