

ENSINO DE GEOMETRIA DA TEORIA A PRÁXIS: CONTRIBUIÇÕES PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Vania de Moura Barbosa Duarte (1); Marcos Antônio Heleno Duarte (2)

(1) Universidade de Pernambuco; vania.duarte@upe.br. (2) Secretaria de Educação de Pernambuco; marcosduartte@yahoo.com.br.

RESUMO

Pesquisas no campo da Didática da Matemática possibilitam compreender a natureza do trabalho didático, bem como as transformações porque passam os conteúdos ensinados na escola e quais os recursos que propiciam a Transposição Didática destes conteúdos, no caso em foco o ensino de Geometria Plana nos anos finais do ensino fundamental. Com relação ao ensino da Matemática a Geometria aparece como um campo privilegiado (apesar de não ser o único) para exercitar as interrelações entre o método lógico-dedutivo e o raciocínio intuitivo, apoiado nas representações materiais dos objetos abstratos da geometria. Diante desse aspecto iremos apresentar neste artigo uma experiência relacionada ao desenvolvimento de uma atividade vivenciada (oficina) na Semana da Matemática de uma Universidade Pública de Pernambuco que constou de estudos e reflexões teóricas voltadas a práxis para o ensino de geometria, embasados na teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1996). Nesse enfoque, a metodologia utilizada no projeto foi numa perspectiva qualitativa de estudo de caso conforme Gil (2008) que consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento. Constou de estudos e atividades voltados à apreensão e/ou reconstrução do conhecimento geométrico, trabalhados nos componentes curriculares de Didática e Estágio Supervisionado. Com esta atividade procuramos promover contribuições para a futura prática pedagógica do professor de matemática. Para tanto a referida oficina utilizou-se do jogo Teorema de Pitágoras 1 na perspectiva de que o uso de materiais didáticos manipuláveis auxiliam a construção de conceitos geométricos. Desta forma apresentaremos neste artigo parte da sistematização da vivência do projeto realizado.

Palavras-chave: Ensino de Geometria; Teoria e prática; Situações Didáticas.

INTRODUÇÃO

Atualmente parece existir certo consenso a respeito de que a prática pedagógica não se limita à transformação e à apreensão de conhecimentos, mas a concepção de ensino do professor permeada pelos recursos que auxiliam a sua prática e das



abordagens teóricas que promovem reflexões e mudanças metodológicas.

Com relação ao ensino da Matemática a Geometria aparece como um campo privilegiado (apesar de não ser o único) para exercitar as inter-relações entre o método lógico-dedutivo e o raciocínio intuitivo, apoiado nas representações materiais dos objetos abstratos da geometria.

Temos conforme explicita os relatórios de avaliações de larga escala em Matemática como SAEB e mais especificamente SAEPE no estado de Pernambuco que os estudantes da educação básica apresentam dificuldades relacionadas à aprendizagem de conceitos geométricos tornando necessária a busca por novos métodos e materiais para o ensino de geometria visando à aprendizagem dos estudantes.

Diante destes fatos, neste artigo estamos interessados em explicitar aspectos desenvolvidos num projeto que promoveu estudos teórico e prático voltado ao ensino de geometria nos anos finais do ensino fundamental com estudantes da disciplina de didática da matemática e de estágios supervisionados de um curso de licenciatura em matemática, ressaltando que em se tratando de sala de aula, muitos questionamentos despontam. Inicialmente o que ensinar? Posteriormente, como ensinar?

Para responder a estas perguntas se faz necessário adentrar no âmbito da Didática da Matemática, área de investigação no processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos da Matemática que surge a partir da década de 60, quando da criação dos Institutos de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) na França.

Temos também segundo Fainguelernt (1995), a Geometria desempenha um papel fundamental porque ativa as estruturas mentais de abstração e generalização; é tema integrador entre as diversas partes da Matemática, sendo a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituintes de sua essência.

Sabemos que a Didática da Matemática se apresenta como um campo fértil para estudos e pesquisas tanto com relação à sala de aula quanto ao ensino e aprendizagem, buscando apoio nas teorias de Guy Brousseau (1996), Yves Chevallard (1991), dentre outros, que tratam de fenômenos como Contrato Didático/Situações Didáticas e Transposição Didática, respectivamente.

Contudo é interessante que aqui se enfatize, qual a definição de Didática da Matemática. Conforme destacado por Pais (2001, p.11)



A didática da Matemática é uma das tendências de grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica.

Nesse contexto, pesquisas no campo da Didática da Matemática, possibilita compreender a natureza do trabalho didático, bem como as transformações porque passam os conteúdos ensinados na escola e quais os recursos que possibilitam a Transposição Didática destes conteúdos.

Partindo desse enfoque, temos uma primeira definição de Transposição Didática, explicitada por Chevallard (1991, p. 45):

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O "trabalho" que, de um objeto do saber a ensinar faz em objeto de ensino, é chamado de transposição didática.

Temos também dentro do campo da Didática da Matemática de acordo com Lorenzato (2006) que refletir sobre a utilização de material didático manipulável (MD) no ensino de Matemática é de suma importância para os cursos de formação de professores, uma vez que são nestes cursos de formação que os professores deverão aprender a utilizar corretamente os materiais manipuláveis explorando os conceitos de cada assunto abordado. Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimentos, palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar (LORENZATO, 2006).

Ainda nesse enfoque os Parâmetros Curriculares de Matemática do Estado de Pernambuco para o Ensino fundamental destacam que vários aspectos têm sido apontados como pedagogicamente relevantes nas experiências com jogos na sala de aula de Matemática:

Em primeiro lugar, menciona-se a necessidade de ampliar a dimensão lúdica, importante para o desenvolvimento integral do estudante.

Em segundo lugar, argumenta-se que ideias e relações matemáticas importantes estão presentes numa enorme variedade de jogos e por meio deles é possível um encontro inicial e estimulante com essas ideias. Eles constituem uma forma interessante de lidar com problemas, pela possibilidade de serem propostos de modo atrativo, favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e na busca de soluções.

Além disso, a busca de estratégias para a vitória ou para solucionar um desafio inclui, via de regra, uma variedade de questões de lógica ou de Matemática – das elementares aos problemas não resolvidos por especialistas. Este fato possibilitaria a



exploração de um mesmo jogo em diversos níveis, dependendo do estágio dos participantes.

Outro aspecto a ressaltar é o de que muitos dos jogos propiciam a integração de várias áreas da Matemática – aritmética, álgebra, geometria, combinatória etc –, o que tem sido uma das mais ricas características dessa ciência.

Também é mencionada a compatibilidade entre o trabalho pedagógico com jogos e a metodologia de resolução de problema. Os jogos matemáticos fornecem uma excelente oportunidade para que sejam explorados

Além do aspecto interativo. (PERNAMBUCO, 2012, p. 36-37)

METODOLOGIA

Neste âmbito a metodologia utilizada no projeto foi numa perspectiva qualitativa de estudo de caso conforme Gil (2008) que consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento. Constou de estudos e atividades voltadas à apreensão e/ou reconstrução do conhecimento geométrico, nos componentes curriculares de Didática e Estágio Supervisionado, sendo estas disciplinas parte do programa do referido curso, constando no seu plano de ensino atividades teórico e experimentais, no campo geométrico com o auxílio de materiais manipuláveis para serem utilizados na construção de conceitos geométricos do ensino fundamental anos finais de acordo com os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (2012).

O público alvo foram estudantes das disciplinas de Didática e Estágio Supervisionado do curso de Matemática 1º e 2º semestre de 2017 e as atividades a serem desenvolvidas de acordo com o projeto seriam oficinas práticas para discussão e elaboração de materiais didáticos voltados ao ensino de geometria nos anos finais. Dentre as oficinas realizadas explicitaremos a seguir uma das atividades que foi desenvolvida na Semana da Matemática 2017 do curso de Licenciatura em Matemática com o tema Didática da Matemática: o olhar na Geometria Plana anos finais, que constou da vivência de uma proposta didática com o Teorema de Pitágoras 1. Embasada nos Parâmetros Curriculares de Matemática do Estado de Pernambuco para o Ensino fundamental (2012, p.94) onde,

as atividades de ampliação e de redução de figuras vão permitir consolidar a ideia de semelhança, iniciada na etapa anterior. O estudante já deverá ser capaz de identificar os elementos que não se alteram e aqueles que se modificam, em atividades de ampliação e redução. A consolidação dessas ideias irá permitir, nos últimos anos dessa etapa, a compreensão dos Teoremas de Tales e de Pitágoras, bem como suas aplicações em problemas relacionados ao contexto social do estudante (pág.94).



A proposta para a atividade didática foi norteada na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau. Como um dos pioneiros da Didática da Matemática, ele desenvolveu essa teoria para compreender as relações que acontecem entre alunos, professor e saber em sala de aula e, ao mesmo tempo, propor situações que foram experimentadas e analisadas cientificamente. Para modelar a teoria das Situações Didáticas, Brousseau (1996) propõe o sistema didático stricto sensu ou triângulo didático (figura 1), que comporta três elementos - o aluno, o professor e o saber - que são partes constitutivas de uma relação dinâmica e complexa - a relação didática - que leva em consideração as interações entre professor e alunos (elementos humanos), mediadas pelo saber (elemento não-humano), que determina a forma como tais relações irão se estabelecer.



Figura 1

A Teoria das Situações Didáticas

Baseia-se no princípio de que "cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação", entendida como uma ação entre duas ou mais pessoas. Para que ela seja solucionada, é preciso que os alunos mobilizem o conhecimento correspondente. Um jogo, por exemplo, pode levar o estudante a usar o que já sabe para criar uma estratégia adequada.

Como seria esta teoria?

Brousseau (2007) enfatiza que as situações de ensino devem ser criadas pelo professor, de modo a aproximar o aluno do saber do qual ele deve se apropriar. Para isso, cabe ao docente fazer um duplo papel cíclico:

 Procurar situações onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento de vivenciar o conhecimento pelo aluno.



Ajudar seus alunos no sentido inverso, ou seja, descontextualizando e despersonalizando
os conhecimentos, como fazem os matemáticos, de modo a tornar as produções dos alunos
fatos universais e reutilizáveis.

Papel Ativo do aluno diante de uma situação, Brousseau (1996) destaca que para aprender, o aluno deve ter um papel ativo diante de uma situação, de certo modo comparado ao ato de produzir de um matemático.

Brousseau utiliza de Bachelard a idéia que um novo conhecimento se constrói a partir de conhecimentos antigos e, também, contra esses. Isto permite a dominação de saberes matemáticos, através da mobilização de conhecimentos como ferramentas. Deste modo "o aluno aprende adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como faz a sociedade humana. Este saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se através de respostas novas, que são a prova da aprendizagem" (BROUSSEAU, 1996a, p. 49).

Situação didática

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu (...) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em vias de constituição (BROUSSEAU, 1996a, p. 50).

O termo milieu" indica o meio a-didático, um sistema antagonista, sem intenção didática explícita e exterior ao aluno, que pode abranger, dentre outros, situações-problema, jogos, os conhecimentos dos colegas e professor. Brousseau (1996a) aponta que o milieu deve possibilitar a interação autônoma do aluno em relação às situações que interage e em relação ao professor.

O Jogo Teorema de Pitágoras 1





Figura 2

Historiciando

O Teorema de Pitágoras é considerado pelos vários estudiosos da matemática como um dos mais importantes da história. Vários resultados importantes em geometria teórica, bem como da solução de problemas práticos relacionados às medidas, foram descobertos através desse teorema. O fato é que o Teorema de Pitágoras é considerado um dos mais famosos e úteis da geometria elementar o que foi demonstrado por várias civilizações no decorrer da história. (GASPAR, 2003).

Representação Geométrica do Teorema de Pitágoras

"O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

Se a é a medida da hipotenusa e se b e c são as medidas dos catetos, o enunciado do Teorema equivale a afirmar que: $a^2 = b^2 + c^2$.

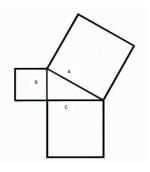


Figura 3

O interesse pelo jogo foi devido a este:

- Possibilitar evidenciar uma situação a-didática (jogo), que sem a utilização de qualquer atitude didática (intencional) pode provocar mudanças na estratégia do jogador;
- Possibilitar uma situação fundamental, definida como uma situação a-didática que é capaz de promover a aquisição do conhecimento;

Com a vivência do jogo o aluno é sabedor que o professor elaborou uma situação que ele tem condições e pode fazer, pelo menos em parte, pois esta é justificada pela lógica interna e pelos conhecimentos anteriores dele, não sendo necessário recorrer a qualquer intervenção didática do docente.



Etapas vivenciadas embasadas na Teoria das Situações Didáticas

- **1. Ação** Os participantes tomam decisões, colocando seus saberes em prática para resolver o problema. É quando surge um conhecimento não formulado matematicamente.
- **2. Formulação** Os participantes são levados a explicitar as estratégias usadas. Para isso, precisam formulá-las verbalmente, transformando o conhecimento implícito em explícito. O participante retoma sua ação em outro nível e se apropria do conhecimento de maneira consciente.
- 3. **Validação** A estratégia é demonstrada para interlocutores. "O participante não só deve comunicar uma informação como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado", diz Brousseau (1996). Cada equipe propõe o enunciado de sua estratégia para ganhar, contestando o do adversário.
- 4. **Institucionalização** Aqui aparece o caráter matemático do que os participantes validaram. "É uma síntese do que foi construído durante o processo e tem um significado socialmente estabelecido". O professor tem um papel ativo, selecionando e organizando as situações que serão registradas.

Embasados nestas etapas sugerimos três momentos: 1. Vivenciando O jogo Teorema de Pitágoras em grupos. 2. Anotando as principais construções diante da exploração do jogo. 3. Discussão referentes as construções.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante a vivência do jogo na **etapa da ação**, momento de experimentar a composição das áreas tomando com base os catetos (figura 4), foi possível observar comentários como "está faltando peças", as "peças não se encaixam", "precisamos observar o tamanho dos lados".



Figura 4

No transcorrer da vivência nas **etapas da formulação e validação** foi solicitado como mostrar o teorema com o auxílio da malha quadriculada (figura 5).



Nesse momento foi possível observar o aparecimento de um nível de dificuldade quando questionaram "Podemos usar a régua para a composição das figuras?".

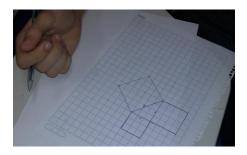


Figura 5

Posteriormente a todas as discussões que foram traçadas no transcorrer da vivência da oficina, na **etapa da Institucionalização** foi sistematizado aspectos referentes à Demonstração do Teorema de Pitágoras através de quadriculados, verificando num triângulo retângulo de catetos 3 e 4 e consequentemente a hipotenusa medindo 5. Podemos citar que esta é uma demonstração clássica apresentada em livros didáticos.

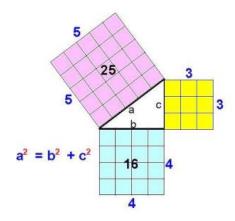


Figura 6

Posteriormente a discussão traçada referente a esta demonstração, foi expandida para a situação de outras áreas conforme explicitada na figura 5, aprofundando as discussões.

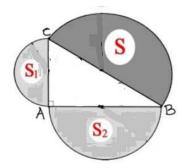




Figura 7

Neste momento, ficou clara a possibilidade de traçar relações da demonstração com polígonos variados. Vale ressaltar um comentário explicitado por um participante da oficina no término desta oficina: *na educação básica só vemos a ida do Teorema com os números e não à volta*.

CONCLUSÃO

De acordo com a proposta inicial com esta atividade procuramos promover contribuições para a futura prática pedagógica do professor de matemática, possibilitando a compreensão da natureza do trabalho didático, bem como as transformações porque passam os conteúdos ensinados na escola e quais os recursos que permitem a Transposição Didática destes.

REFERÊNCIAS

BROUSSEAU, G. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: **conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G.**Didáctica das Matemáticas** /Brun, J...[et al]; Direção: Jean Brun. Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget. .1996.

CHEVALLARD, Y. La Transposición Didáctica –Del saber sabido al saber enseñado. Argentina: AIQUE. 1991.

FAINGUELERNT, E.K. **O Ensino de Geometria no 1º e 2º graus**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, nº 4, p.45–53, 1º semestre 1995.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

PAIS, L. C. **Tendências em Educação Matemática - Didática da Matemática -** Uma análise da influencia francesa. Belo Horizonte: Autêntica. 2001.

PARÂMETROS PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA DE PERNAMBUCO. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/ Acesso em: 03de set. 2017.