



UM ESTUDO DE CASO SOBRE ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ÁREA NO ENSINO MÉDIO

Emanuel Clebson de Vasconcelos (1);

Letícia da Silva Nascimento (2);

José Jefferson da Silva (3)

Universidade Federal de Pernambuco - emanuelclebson01@hotmail.com

Universidade Federal de Pernambuco - leticianascimento_08@hotmail.com

Universidade Federal de Pernambuco - jef3ferson@hotmail.com

Resumo: O presente estudo se propõe a investigar as concepções de área dos estudantes do Ensino Médio de uma escola do município de Surubim-PE e quais as estratégias utilizadas na resolução de problemas diversos sobre o tema, a fim de compreender, a partir das respostas dadas pelos alunos, como se dava o seu raciocínio geométrico de área. Destaca-se o papel da análise do erro como importante indicador acerca do processo de ensino e aprendizagem bem como as orientações de alguns documentos curriculares nacionais acerca do ensino de área no Ensino Médio. Pudemos verificar que apesar de muitos deles saberem responder problemas que envolvam o cálculo de área, não conseguem explicar aquilo que se calcula. Nessa perspectiva de resolução de problemas envolvendo o conceito de área, foi possível verificar que cada aluno apresenta uma estratégia diferenciada para resolver cada situação e, sendo assim, apesar dos erros apresentados, não se deve afirmar que não houve aprendizagem, mas sim falha no desenvolvimento de alguma(s) habilidade(s). Além disso, aponta-se o papel da representação cotidiana de conceitos matemáticos como forte indicador de bons resultados.

Palavras-chave: Análise do erro, ensino de Geometria, área, Ensino Médio.

1. Introdução

Muito se discute sobre a formação docente e quais os requisitos necessários para se tornar um bom professor. Fiorentini e Oliveira (2013) discutem sobre “o lugar da matemática na formação do futuro professor, em cursos de Licenciatura em Matemática”, questionando sobre que tipo de matemática o futuro professor deve saber para realizar sua prática profissional. Para isso, problematizam “as diferentes práticas sociais do educador matemático, tentando perceber nelas indícios do tipo de saber mobilizado e requerido”.

O presente estudo desenvolveu-se ao longo da disciplina Metodologia do Ensino de Matemática III do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste (UFPE/CAA). A disciplina propõe o estudo das



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

dimensões epistemológica, didática e cognitiva do processo de ensino e aprendizagem da Geometria e Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental e Ensino Médio. Com isso, busca preparar os estudantes para discutir a relação entre a pesquisa e a atuação do professor na educação básica a partir da investigação sobre o tema em articulação com o desenvolvimento de pesquisa em educação que aproxima o ensino superior da educação básica e vice-versa.

Em uma das discussões abordadas ao longo da disciplina, surgiu a proposta de se investigar as concepções de área dos estudantes e quais as estratégias utilizadas na resolução de problemas diversos sobre o tema, a fim de compreender, a partir das respostas dadas pelos alunos, como se dava o seu raciocínio geométrico de área. Assim, pretende-se com esse trabalho, apresentar os resultados obtidos nessa investigação.

2. A importância do erro

Ao longo da formação escolar de um estudante ele se depara com vários processos de avaliação, geralmente provas, em que seu objetivo principal deve ser o de apresentar soluções corretas às atividades que lhes foram propostas de modo a alcançar uma nota suficiente para ser aprovado. Se bem sucedido, considera-se que o mesmo aprendeu aquele conteúdo e está apto para prosseguir em seus estudos. Mas, e quanto àqueles que não conseguiram alcançar índices suficientes para avançar? Em que parte do processo de aprendizagem falharam e o que fazer com suas falhas? Será que seus erros demonstram somente aquilo que não sabem?

Para Torre (2007, p.27) “o erro é uma variável concomitante ao processo educativo, porque não é possível avançar em um longo e desconhecido caminho sem se equivocar. Dito mais peremptoriamente: *não há aprendizagem isenta de erros.*” Ou seja, aprendemos com os nossos erros, isso faz parte do processo educativo. No entanto, quando erramos, é preciso que haja um apontamento destes e uma reflexão por parte do sujeito que cometeu tal erro, a fim de corrigi-los.

Em um de seus trabalhos, Cury (2008 *apud* MORAES, 2013) nos aponta o erro como um conhecimento que o aluno possui, e não a ausência dele. Na verdade, uma resposta dada de modo errôneo a um determinado problema pode acontecer por diversos fatores: nervosismo, falta de informações no problema, ou até mesmo conhecimento insuficiente sobre o que lhe está sendo proposto. Nesses dois últimos casos, o professor tem o papel de auxiliar os alunos na construção do saber e solução do problema. Assim, os alunos são incentivados a desconstruir aquilo que tinham por verdades e reorganizar as ideias a partir de novos



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

esclarecimentos. Ou seja, o erro assume um papel construtivo.

Entretanto, geralmente o que acontece é que a maior parte dos professores, principalmente de matemática, não consideram o erro como importantes no processo de compreensão do raciocínio dos alunos. Cury (1994), no entanto, nos aponta que

os erros cometidos pelos alunos são considerados estágios necessários à exploração de problemas e podem ser utilizados, pelo professor ou pelos próprios alunos, para novas descobertas e para discussão dos conceitos envolvidos em um determinado problema matemático. (CURY, 1994, p.132)

Com isso o erro deixa de ser um indicador de fracasso e passa a funcionar como fonte de conhecimento, a partir do qual se exige tanto do aluno uma reflexão mais atenta de estratégias utilizadas de modo inadequado nos problemas que apresentaram soluções consideradas não satisfatórias, quanto do professor que deve buscar compreender o porquê daquela aprendizagem não ter se tornado efetiva e que intervenções didáticas podem ser tomadas a fim de melhorar/solucionar as dificuldades de aprendizagem dos alunos.

É necessário centrar a reflexão não só no resultado final, mas principalmente no percurso até lá. Isso possibilita a alunos e professores uma melhor compreensão do que está por trás do erro e quais estratégias devem ser tomadas a fim de corrigi-lo. Sendo assim, entende-se que o erro proporciona a ambos envolvidos nesse processo indicadores acerca do processo de ensino e aprendizagem.

3. O ensino da grandeza área

Podemos observar que, frequentemente, há questionamentos no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Geometria, nesse contexto, apresentaremos uma breve discussão acerca da importância do ensino de Geometria, mais precisamente do ensino de área, partindo da análise de alguns documentos curriculares nacionais.

A possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é de suma importância e necessidade tanto para a vida pessoal como profissional do cidadão. Nessa perspectiva, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) nos trazem que a matemática, nessa etapa do ensino tem um caráter formativo e instrumental, pois ajuda na estruturação do pensamento e raciocínio dedutivo, bem como serve de ferramenta para o cotidiano.

A essas concepções de Matemática no Ensino Médio, junta-se a ideia de que



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

no ensino fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo, capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (Brasil, 2000, p. 41)

Ainda nessa perspectiva, os PCNEM nos apresentam que, no eixo de Geometria e Grandezas e Medidas,

As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (Brasil, 2000, p. 44)

Os conteúdos selecionados devem ter relevância científica e cultural, que permitam ao aluno conhecer o mundo, dessa forma, Brasil (2002, p. 119) trata que “a abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente.” Nesse sentido, ensinar Geometria no Ensino Médio deve possibilitar que problemas aplicados no cotidiano possam ser discutidos e analisados pelos alunos, que seja exigido mais crítica em conjunto com domínio de técnica. Ainda nesse contexto, tem-se que

Parte do trabalho com Geometria está estritamente ligada às medidas que fazem a ponte entre o estudo das formas geométricas e os números que quantificam determinadas grandezas. No entanto, o ensino das propriedades métricas envolvendo cálculos de distâncias, áreas e volumes é apenas uma parte do trabalho a ser desenvolvido que não pode ignorar as relações geométricas em si. (Brasil, 2002, p. 123)

O ensino de Geometria como medidas, deve garantir que os alunos desenvolvam a habilidade de efetuar medições em situações reais e com precisão, para isso, os conhecimentos sobre comprimento, área e perímetro devem ser trabalhados em situações-problemas. Problemas esses que podem e devem abordar competências que exijam determinadas habilidades de caráter interpretativo e dedutivo, sendo assim, segundo Brasil (2002, p. 124) “A composição e a decomposição de figuras devem ser utilizadas para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes relacionados a figuras planas ou espaciais”.

4. Metodologia

Como citamos, nossa pesquisa surgiu da proposta de se investigar as concepções de



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

Área dos estudantes e quais as estratégias utilizadas na resolução de problemas diversos sobre o tema. Inicialmente, discutiu-se sobre qual nível de ensino seria pesquisado, já que a disciplina contemplava tanto os anos finais do Ensino Fundamental quanto o Ensino Médio. Optou-se pelo Ensino Médio por ser uma etapa escolar em que os estudantes já tiveram contato com o assunto de área e irão revisitá-los com um pouco mais de rigor matemático.

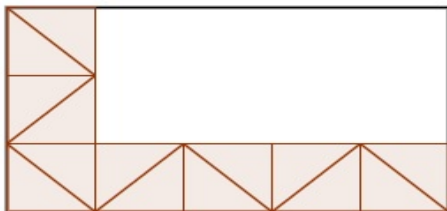
Partindo dessa escolha, foi desenvolvida pelos alunos da disciplina um questionário aberto com sete problemas que envolviam diversas abordagens do componente curricular área. Em seguida, aplicou-se o questionário a 50 alunos de duas turmas do 1º ano do Ensino Médio na Escola Estadual Maria Cecília Barbosa Leal, município de Surubim-PE. Cada aluno teve 50 minutos para responder individualmente ao questionário, que foi aplicado sob a supervisão do professor da classe e dos pesquisadores.

No entanto, para efeito de análise, escolhemos apenas três das sete questões por acreditarmos serem estas, a seguir descritas, as que apresentaram resultados substancialmente relevantes para a nossa discussão. A seguir estão as questões que foram enumeradas de acordo com o questionário original:

1. No nosso cotidiano nos deparamos com textos ou expressões que utilizam a palavra “área”, como por exemplo, “a área desmatada é do tamanho de 20 maracanãs”, “qual a área do terreno que está para vender?”, “O município possui uma grande área urbana”. Explique o que você entende por área.

Figura 1: Questão 1

4. O piso do quarto de Carlos está sendo coberto por cerâmica triangular. Já foram colocadas 14 cerâmicas, como mostra a figura:



Desse modo, quantas cerâmicas faltam para cobrir o piso?

Figura 2: Questão 4



6. Na cidade de Caruaru há uma praça em formato circular. Ao redor dessa praça há uma pista de caminhada, conforme planta abaixo. Qual é a área da superfície da pista de caminhada (região em cinza)?

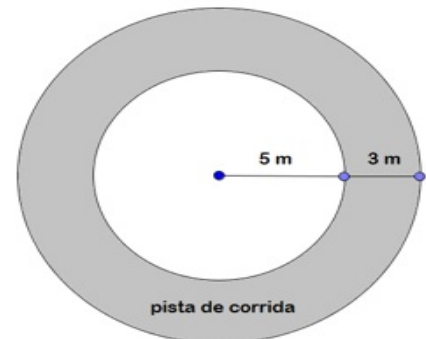


Figura 3: Questão 6

Para realizar a quantificação das respostas, utilizamos a proposta por Pessoa (2009) que classifica as respostas a partir da seguinte tabela:

1. Em branco	Não se sabe, nestes casos se o aluno não respondeu porque não sabia, porque não se interessou, porque não quis fazer ou se considerou o problema de difícil resolução.
2. Apenas resposta incorreta	O aluno deu apenas a resposta errada para o problema proposto, embora seja possível, muitas vezes, inferir qual a operação por ele realizada.
3. Resposta incorreta, sem o estabelecimento de relação correta	Incompreensão do problema – o aluno apresentou uma resposta incorreta e na sua resolução não há indícios de relação com a questão proposta.
4. Resposta incorreta ou incompleta, com o estabelecimento de relação correta, utilizando uma estratégia <u>não</u> sistemática	Apresenta certa compreensão do problema – o aluno errou a resposta ou não conseguiu completá-la, entretanto, sua estratégia de resolução é válida para o que é solicitado, mantém uma relação com a lógica do problema, entretanto, não organizou sistematicamente a estratégia.
5. Resposta incorreta ou incompleta, com o estabelecimento de relação correta, utilizando uma estratégia sistemática	Nesta categoria o aluno também apresentou certa compreensão do problema, entretanto, apesar de utilizar uma estratégia mais organizada, mais sistemática, errou a resposta ou não conseguiu chegar ao final da resolução.
6. Apenas resposta correta	O aluno deu apenas a resposta certa para o problema proposto, embora seja possível, muitas vezes, inferir qual a operação por ele realizada.
7. Resposta correta (explicitando estratégia)	O aluno conseguiu compreender a lógica do problema e chegar à resposta correta, utilizando e explicitando uma estratégia válida e encontrando formas de esgotar todas as possibilidades.

Tabela 1: Classificação de Pessoa (2009)



5. Resultados e discussão

A análise dos dados ocorreu de duas maneiras: qualitativa, na qual verificaram-se as estratégias e os tipos de respostas utilizadas pelos alunos para resolver três problemas de Geometria sobre área e de forma quantitativa através da tabela proposta por Pessoa (2009).

A primeira questão buscava compreender o conceito de área que cada aluno possuía. Desde a formulação do questionário, discutíamos sobre um conceito definido de área ou o que podemos chamar de “mais correto matematicamente”, o que nos levou a conclusão de que podemos definir área de diversas maneiras, o que não nos daria respaldo a classificação sugerida por Pessoa (2009). Partindo disso, após a análise das respostas, criamos a seguinte categorização:

Tipos de Resoluções presentes na questão 1	Quant.
1. Tentou definir área a partir de um cálculo ou fórmula	2
2. Relacionou à área de um terreno ou a um espaço	13
3. Afirmou ser o tamanho de alguma coisa	15
4. Utilizou os exemplos do problema para tentar definir	6
5. Se aproximou do conceito de polígono	0
6. Brancos	9
7. Outros erros	5

Tabela 2: Análise das respostas à questão 1

Percebemos que na maioria dos casos (56%) os alunos relacionam o conceito de área ao tamanho de algo ou à área de um terreno ou espaço, o que nos mostra que a ideia de área está intimamente relacionada ao cotidiano desses alunos. Estes alunos, se apoiam na natureza daquilo que lhes é comum, visível ou palpável para descrever matematicamente os conceitos que lhes são apresentados. Em outros casos (16%), os estudantes apresentaram respostas que demonstram que eles não conseguem conceituar área a partir de seus conhecimentos. Para isso utilizaram-se de partes do próprio texto ou de exemplos numéricos para descrever seu raciocínio. É interessante também destacar que 18% dos alunos optaram por não responder, o que nos leva a refletir se estes não sabiam da resposta ou não compreenderam aquilo que se propôs.



1. No nosso cotidiano nos deparamos com textos ou expressões que utilizam a palavra “área”, como por exemplo, “a área desmatada é do tamanho de 20 maracanãs”, “qual a área do terreno que está para vender?”, “O município possui uma grande área urbana”. Explique o que você entende por área.

A área é o tamanho das coisas como terrenos e edifícios.

Figura 4: Protocolo do aluno 22

1. No nosso cotidiano nos deparamos com textos ou expressões que utilizam a palavra “área”, como por exemplo, “a área desmatada é do tamanho de 20 maracanãs”, “qual a área do terreno que está para vender?”, “O município possui uma grande área urbana”. Explique o que você entende por área.

Medida de comprimento de um determinado local como terrenos etc.

Figura 5: Protocolo do aluno 47

1. No nosso cotidiano nos deparamos com textos ou expressões que utilizam a palavra “área”, como por exemplo, “a área desmatada é do tamanho de 20 maracanãs”, “qual a área do terreno que está para vender?”, “O município possui uma grande área urbana”. Explique o que você entende por área.

considerando que o maracanã tem 100 metros

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 20 \\ \hline 000 \\ 200 \\ \hline 2.000 \text{ metros} \end{array}$$

Figura 6: Protocolo do aluno 21

De modo geral, os alunos não apresentaram respostas que pudéssemos considerar corretas e coerentes com aquilo que se propôs. Isso nos revela, que apesar de muitos deles saberem responder problemas que envolvam o cálculo de área, não conseguem explicar aquilo que se calcula.

Em diversas séries, o conceito de área é apresentado a partir de malhas, sejam elas milimetrada, quadrangular. No entanto, algumas malhas, como a triangular por exemplo, são pouco utilizadas. A ideia da quarta questão era justamente investigar se o fato da malha apresentada ser diferente das que comumente são utilizadas iria provocar um número maior de erros. Porém, dentre todas as questões aplicadas, foi a que apresentou os melhores resultados, como vemos na tabela a seguir:



Tipo de Erro da questão 4 segundo Pessoa (2009)	
1. Em branco	0
2. Apenas resposta incorreta	0
3. Resposta incorreta, sem o estabelecimento de relação correta	0
4. Resposta incorreta ou incompleta, com o estabelecimento de relação correta, utilizando uma estratégia não sistemática.	1
5. Resposta incorreta ou incompleta, com o estabelecimento de relação correta, utilizando uma estratégia sistemática.	0
6. Apenas resposta correta	21
7. Resposta correta (explicitando estratégia)	28

Tabela 3: Análise das respostas à questão 4

O fato de 98% dos estudantes terem acertado a questão, foi uma surpresa para nós, já que, como foi dito, geralmente malhas diferentes das usuais induzem ao erro. Entretanto, acreditamos que o fato de o problema apresentar uma situação comum, o revestimento cerâmico de um piso, tenha contribuído para o excelente resultado.

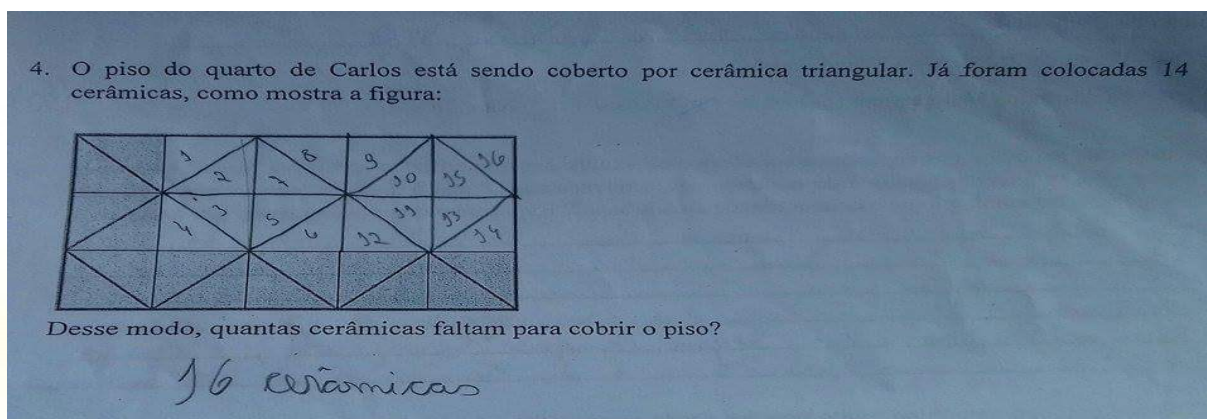


Figura 7: Protocolo do aluno 03

O único aluno que errou apresentou um erro na contagem. Ele considerou ao calcular seu produto, o número de cerâmicas como sendo quadrangular, embora tenha completado a figura com a representação correta.

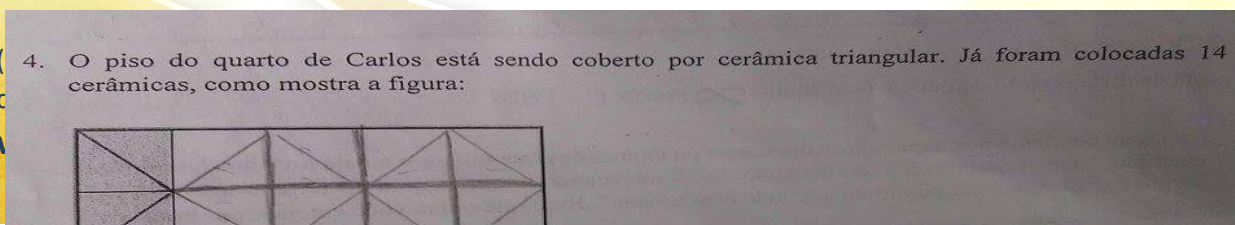




Figura 8: Protocolo do aluno 09

O sexto problema do questionário, e o último que analisaremos, foi na contramão do número 4. O que nos chamou a atenção não foi apenas o fato de ser o terceiro com maior número de erros (52% dos alunos cometeram erros) e nenhum acerto, mas sim o fato de ser a questão com maior número de protocolos em branco (48% dos alunos), conforme tabela a seguir:

Tipo de Erro da questão 6 segundo Pessoa (2009)	
1. Em branco	24
2. Apenas resposta incorreta	14
3. Resposta incorreta, sem o estabelecimento de relação correta	10
4. Resposta incorreta ou incompleta, com o estabelecimento de relação correta, utilizando uma estratégia não sistemática.	2
5. Resposta incorreta ou incompleta, com o estabelecimento de relação correta, utilizando uma estratégia sistemática.	0
6. Apenas resposta correta	0
7. Resposta correta (explicitando estratégia)	0

Tabela 4: Análise das respostas à questão 6

Dentre os problemas propostos, esse era de fato um dos mais difíceis. No entanto, o resultado nos mostra que os estudantes não conhecem a figura apresentada (coroa circular), fato expressado pelo alto índice de protocolos em branco, ou nem sequer conseguem estabelecer a relação de diferença entre áreas de círculos de raios diferentes. Aqueles que mesmo respondendo incorretamente a questão (4%) mas se aproximaram da ideia de círculo, utilizaram outras estratégias de respostas ao problema, como calcular o comprimento da circunferência, o que nos revela uma não compreensão do conceito exigido na questão. Os outros 48% que responderam erroneamente ao problema



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

apenas apresentaram uma solução a partir dos valores explícitos no problema (5 cm e 3 cm), geralmente o seu produto. Algo que surpreendeu bastante os pesquisadores foi o fato de parte substancial dos alunos não lembrarem de como calcular a área de um círculo (região circular) o que nos faz refletir como está sendo ensinado o cálculo de tal área.

Figura 9: Protocolo do aluno 28

6. Na cidade de Caruaru há uma praça em formato circular. Ao redor dessa praça há uma pista de caminhada, conforme planta abaixo. Qual é a área da superfície da pista de caminhada (região em cinza)?

$3 \times 5 = 15 \text{ m}$

5 m 3 m

pista de corrida

E7

6. Considerações

Diante das análises e discussões realizadas, pode-se constatar que os alunos do primeiro ano do Ensino Médio investigados não apresentam pleno desenvolvimento das competências que deveriam ser desenvolvidas ao transcorrer do Ensino Fundamental. Nessa perspectiva de resolução de problemas envolvendo o conceito de área, foi possível verificar que cada aluno apresenta uma estratégia diferenciada para resolver cada situação e, sendo assim, apesar dos erros apresentados, não se deve afirmar que não houve aprendizagem, mas sim falha no desenvolvimento de alguma(s) habilidade(s).

Como foi discutido anteriormente, vê-se necessário que a reflexão seja centrada nas estratégias, no percurso adotado para chegar à solução, e não simplesmente no resultado final apontado pelo aluno, pois onde há erro há aprendizagem, e o professor não deve em hipótese alguma desconsiderar esse fato. Logo, cabe ao professor analisar e compreender as limitações de cada estudante e trabalhar atividades didáticas que contribuam significativamente para o desenvolvimento e superação dos obstáculos apresentados.

Ainda nessa perspectiva podemos concluir que, tendo em vista que o ensino de Geometria ainda é tido como uma "barreira", tanto para professores de matemática quanto para alunos, percebe-se o quão é necessário que haja um processo de ensino e aprendizagem centrado em aplicações do cotidiano, bem como recomendam os documentos curriculares.

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br



7. Referências

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**. Brasília: MEC, SEMTEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

CURY, H. N. **As concepções de Matemática dos professores e sua forma de considerar o erro dos alunos**. Porto Alegre, Tese de Doutorado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1994.

DE LA TORRE, S. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2007.

FIorentini, D., OLIVEIRA, A. T. C. C.. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n.47, pp 917-938, dez. 2013. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n47/11.pdf>> Acesso em: 22 de junho de 2016.

MORAES, F. R. **Um estudo sobre erro na resolução de equações do 1º grau com o software APLUSIX**. Campo Grande, Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013.

PESSOA, C. A. S. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio**. Recife, Tese de Doutorado em Educação da Universidade Federal de Pernambuco, 2009.