



OS REFLEXOS DO USO DE MATERIAL CONCRETO E MANIPULÁVEL NO ENSINO DE FRAÇÕES

Atamara Soares Torres; Adeval Rodrigues de Lima; Orientadora: Ma. Vanessa da Silva Alves

Universidade Federal de Alagoas – Campus de Arapiraca; atamaraufal@hotmail.com, Universidade Federal de Alagoas – Campus de Arapiraca; adeval15retiro@gmail.com, Universidade Federal de Alagoas– Campus de Arapiraca; vsa7785@yahoo.com.br

Resumo: O presente artigo tem como proposta apresentar os resultados de um trabalho no qual o ensino de números racionais foi desenvolvido por meio da manipulação do material concreto Equivalência de Frações. O trabalho é proposto em etapas e baseado no conceito de frações equivalentes. Sua fundamentação teórica é embasada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas, de Raymond Duval e a fundamentação metodológica é a Engenharia Didática. Consiste em uma proposta didática para o ensino de adição e de subtração de números fracionários de maneira prática, segundo a qual é possível ensinar alunos do sexto ano do Ensino Fundamental a somarem e subtraírem frações sem recorrerem à memorização de algoritmos. Espera-se que, com esse trabalho que os professores de matemática percebam a eficiência em se trabalhar com novas metodologias de ensino.

Palavras- chaves: representações semióticas, números fracionários, material manipulável.

Introdução

Esta pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de aprimorar o ensino das operações de adição e subtração com números racionais na Educação Básica, aceito que ainda é tratado como algo que recorre da apresentação e da memorização de algoritmos e Igliore e Maranhão (2010, p. 57, *apud* MACHADO, 2010) apontam que “as implicações da não acessibilidade de um aluno ao conceito de número racional podem acarretar graves prejuízos à aprendizagem dos diversos ramos da Matemática”. Diante da importância e das dificuldades apontadas no processo de ensino e aprendizagem das operações com frações, criou-se uma proposta que possibilita ao aluno adicionar e subtrair os números fracionários de modo prático, utilizando o material concreto manipulável, pois, conforme apontam os PCN:

[...] o professor deve organizar seu trabalho de modo que os alunos desenvolvam a própria capacidade para construir conhecimentos matemáticos e interagir de forma cooperativa com seus pares, na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1998, p.63)



Diante da importância e das dificuldades apontadas no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais, criou-se uma proposta composta por três sequências didáticas para o ensino de adição e subtração de números fracionários, segundo a qual o aluno será capaz de adicionar e subtrair os números fracionários utilizando o material concreto manipulável, isto é, ele poderá realizar tais operações sem recorrer a algoritmos e à memorização, observando na prática como que as mesmas ocorrem.

Este trabalho é fruto de um trabalho de pesquisa maior, desenvolvido no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas – Campus de Arapiraca. No projeto desenvolvido no LEM, alunos do curso de Licenciatura em Matemática, sob a orientação da professora Ma. Vanessa da Silva Alves realizam pesquisas sobre os materiais concretos manipuláveis dispostos no LEM e suas potencialidades no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

A teoria dos registros de representações semióticas fundamentou todo o trabalho, visto que no mesmo é defendida a mobilização de pelo menos dois registros de representações distintos para a apropriação das operações com números fracionários, pois, “a originalidade da atividade Matemática está na mobilização de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação” (DUVAL, 2010, p. 14).

Duval define ainda, os dois tipos de atividades semióticas: o tratamento e a conversão:

Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza, então, apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. (DUVAL, 2009, p. 39).

Note que o tratamento é aceito quando o aluno consegue trabalhar apenas com um tipo de registro de representação, o que é diferente em relação à conversão, onde o aluno mobiliza mais de um registro de representação, exemplo: que $\frac{1}{2} = 0,5 = \square$, nesse exemplo houve a conversão da representação fracionária para a representação decimal e em seguida para a representação figural, ou seja, duas conversões.

Observou-se durante o desenvolvimento da pesquisa que uma das dificuldades dos alunos era perceber que os vários tipos de representações estavam associados a um mesmo objeto matemático.

Com o trabalho desenvolvido, pretende-se mostrar que o processo de soma e de subtração de frações pode ser feito concretamente, sobrepondo frações e as comparando visualmente.



Objetiva-se que os participantes da pesquisa compreendam as operações de adição e subtração de números fracionários, com o uso de material concreto e manipulável, de modo que aulas de matemática deixem de ser uma aprendizagem mecanizada.

Metodologia

Foram desenvolvidas três sequências didáticas para o ensino de frações (equivalência, soma e diferença), que por sua vez, as mesmas foram aplicadas a uma turma de 6º ano na Escola de Ensino Fundamental Cônego Epitácio Rodrigues, localizada na zona rural do município de Arapiraca – AL, na qual foi utilizado o material concreto manipulável Equivalência de Frações, composto por 175 peças em MDF, acomodadas em seis tabuleiros dispostos em uma caixa de madeira. Vale ressaltar que apenas algumas das peças desse material foram necessárias para o desenvolvimento da proposta e por serem de fácil reprodução, foram então reproduzidos alguns kits em cartolina.

Notou-se, por meio de observação e uma breve avaliação realizada com a turma que os alunos tinham dificuldades nas quatro operações com números naturais e julgou-se prudente realizar aulas de revisão, e um bingo onde abordava também as quatro operações, com o intuito de tentar nivelar a turma.

Como fundamentação metodológica escolheu-se a Engenharia Didática, pois:

A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste. (Almouloud; Coutinho, 2008, p. 66).

O uso da Engenharia Didática é de grande utilidade no processo de pesquisa nos quais objetiva-se a aprendizagem dos alunos.

O trabalho foi iniciado com a aplicação de um pré-teste, no mesmo foram propostas quatro questões (Figura 1).

O objetivo do pré-teste era verificar quais os conhecimentos prévios dos alunos participantes da pesquisa em relação aos números racionais, mais especificamente, sobre: representação de frações e a relação parte-todo, envolvendo os registros figural e fracionário; a equivalência de frações, cálculo de adição e de subtração de números racionais na representação fracionária.



Figura 1: Pré-teste

1. Determine as frações que representam as quantidades pintadas em cada figura abaixo:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

2. Calcule duas frações que sejam equivalentes a $\frac{2}{3}$.

3. Desenhe uma figura e pinte a parte que representa a fração dada:

a) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{7}{8}$

b) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{2}{3}$

4. Resolva as seguintes operações.

a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ c) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$ d) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3}$

Fonte: autoria própria

Vale ressaltar que até a aplicação do pré-teste aos alunos não tinham tido contato com o conteúdo de frações por meio da pesquisa.

Após a aplicação do pré-teste, deu-se início a aplicação das sequências didáticas. A primeira sequência tratava da apresentação das frações e sua relação parte-todo e para aplicação da mesma os alunos foram organizados em duplas.

Inicialmente foi apresentada aos alunos uma folha de tamanho A4 e perguntado como poderiam representar numericamente a quantidade equivalente àquela folha. Todos responderam que seria com o número 1, pois tínhamos uma folha. Em seguida a folha foi dividida em duas partes iguais, e novamente os alunos foram questionados quanto à representação de uma daquelas partes, a maioria respondeu que seria o número 2, pois agora tinham 2 folhas. Nesse momento, foi feita a intervenção mostrando aos alunos que não tínhamos duas folhas, mas duas partes de uma mesma folha, ou seja, duas metades e que cada metade deveria ser representada numericamente pela fração $\frac{1}{2}$, mostrando para eles a relação parte-todo, pois, conforme apontam os PCN “a fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais” (BRASIL, 1998, p. 102). Nesse momento inicial, além da relação parte-todo também foi bastante enfatizada a identificação da unidade considerada por meio desta e de outras atividades propostas, utilizando tanto variáveis discretas quanto variáveis contínuas.

(adicionar uma foto com os alunos participando. Cadê a foto? Se for acrescentar, colocar Figura 2 e fonte).



A partir deste momento foi mostrado, com o uso do material, que cada número racional pode ser representado por infinitas escritas fracionárias, exemplo $1/2$ e $2/4$ são diferentes representações de um mesmo número, e que $1/3 < 1/2$, trabalhando com a comparação de frações. Durante toda a atividade, os alunos puderam participar manipulando o material Equivalência de Frações e verificar de maneira prática as questões propostas. Como o material utilizado é composto por formas geométricas, também foram exploradas algumas delas e suas propriedades, tais como: quadrado, retângulo, triângulo e círculo.

A segunda sequência didática trata das equivalências de frações (sempre com o uso do material concreto e manipulável), esta sequência estava dividida em quatro etapas:

- Etapa 1: Compostas por situações-problema que têm por objetivo mostrar que uma mesma quantidade pode ser representada por frações diferentes;
- Etapa 2: Manipulação de 10 figuras quadradas de mesma área, particionadas de maneiras diferentes, com o objetivo de mostrar por meio da sobreposição das peças a equivalência de frações;
- Etapa 3: Por meio da manipulação do material, mostrar que para encontrar uma fração equivalente a outra pode-se multiplicar o numerador e o denominador da fração por um mesmo número.
- Etapa 4: Mostrar que qualquer fração tem uma fração equivalente, utilizando as figuras geométricas.

Todas as etapas foram desenvolvidas por meio de situações problema, envolvendo na maioria das vezes o cotidiano dos alunos. O objetivo desta sequência foi fazer com que os alunos identificassem e compreendessem a equivalência entre as frações, que as frações distintas podem representar uma mesma quantidade, e introduzir o algoritmo para o cálculo de frações equivalentes a partir da representação geométrica.

Na terceira e última sequência, foram abordadas a soma e a diferença de frações. Nesta sequência os objetivos a serem alcançados foram: explicar como funciona o processo de soma e subtração de frações, utilizando o conceito de equivalências, exprimir que só pode haver soma e subtração de frações se os denominadores forem iguais, e mostrar que o processo de soma e subtração de frações pode ser feito concretamente, sobrepondo frações e as comparando visualmente. A sequência foi dividida em três etapas:

- Etapa 1: Discussão de uma situação problema envolvendo a soma e a subtração de fração;
- Etapa 2: Resolução de soma e de subtração de fração com denominadores distintos, apresentando a primeira propriedade de soma e subtração de frações;



- Etapa 3: Resolução de somas e subtrações de frações, utilizando material concreto e o conceito de equivalência de frações.

Nesta terceira etapa foi dado um passo muito importante, mostra para os alunos que a soma ou a diferença de frações com denominadores diferentes é possível com o uso das frações equivalentes.

Por fim, foi aplicado o pós-teste. Como o resultado do pré-teste apontou que os alunos não tinham conhecimento sobre as frações, optou-se por repetir o mesmo teste que foi aplicado no início da pesquisa para verificar os avanços alcançados com a mesma.

Resultados e Discussão

Para a verificação dessa proposta, foi realizada uma comparação dos resultados apresentados pelos alunos no pré-teste e no pós-teste, foram 29 alunos participantes.

Vale ressaltar também que antes da aplicação das sequências didáticas foi feita uma revisão sobre divisão, adição, multiplicação e subtração dos números naturais.

No pré-teste os alunos responderam um questionário contendo 4 questões referentes a representação figural de frações, representação numeral, soma e subtração de frações. Nessa oportunidade pode-se perceber que os alunos não tinham o mínimo conhecimento sobre tais conceitos, o que pode ser verificado pela comparação dos resultados obtidos por meio dos dois testes aplicados.

Na primeira questão os alunos tinham de fazer uma conversão da forma figural para forma numeral, essa questão foi composta de 4 alternativas, sendo que na alternativa (a), no pré-teste, 37,93% dos alunos acertaram, já após a aplicação da proposta 69,60% dos alunos acertaram essa mesma alternativa; na alternativa (b) foi proposto um octógono com três partes pintadas e o resultado do pré-teste foi que 34,48% dos alunos acertaram e no pós-teste 89,65% dos alunos acertaram, vale ressaltar que nessa questão tiveram outras alternativas e a que mais chamou a nossa atenção foi que na alternativa onde os alunos teriam que fazer um tratamento e depois uma conversão eles não conseguiram fazer nada; a alternativa (d) era a representação fracionária da parte pintada da figura , e o resultado foi que 0% dos alunos acertaram no pré-teste, após a aplicação das sequências didáticas 100% dos alunos conseguiram fazer essa mesma alternativa; na alternativa (e) 72,43% dos alunos acertaram o pré-teste, já no pós-teste 96,55% dos entrevistados responderam corretamente; na alternativa (f) era a representação fracionária de  e nenhum dos



alunos conseguiram responder corretamente no pré-teste, depois da aplicação da sequência didática 43,34% acertaram a mesma alternativa.

Na questão 2 os alunos foram indagados a resolver a seguinte questão: Mostre duas frações equivalentes a $\frac{2}{3}$. Os resultados obtidos no pré-teste mostraram que nenhum dos alunos conseguiu resolver essa questão e depois da aplicação da sequência didática, no pós-teste, 100% dos alunos resolveram.

Na questão 3 os alunos tinham que fazer uma conversão da forma numeral para a forma figural, onde foram dadas algumas frações e eles teriam de fazer uma representação figural, os resultados obtidos foram que na alternativa (a) 37,93% dos alunos acertaram antes da aplicação da sequência e que após a aplicação 84,65% dos alunos acertaram, outros itens foram propostos e os resultados foram semelhantes a alternativa (c) onde 51,72% dos alunos acertaram no pré-teste e que após a aplicação da sequência 96,56% dos alunos acertaram.

Na questão 4 foi proposta adição e subtração de frações com denominadores iguais e denominadores diferentes, composta de quatro alternativas:

Calcule o valor de cada expressão abaixo:

(a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ (b) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ (c) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ (d) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3}$

Mas, quando se falava em adição e subtração de frações os alunos sentiam-se inseguros, pois muitos ainda traziam dificuldades, com as quatro operações. Por isso percebe-se o mau desempenho no pré-teste na questão 4.

No item (a) 17,24% dos alunos responderam corretamente, em relação ao item (c) apenas 3,44 % conseguiram responder, já em relação ao item (b) e (d) o resultado foi surpreendente, 0 % dos alunos responderam corretamente. Vale ressaltar também que 32,14 % dos alunos não resolveram nenhum dos itens proposto nessa questão, os mesmo não conseguiam fazer o tratamento adequado para essa questão.

Já os resultados referentes ao pós-teste da questão 4, mostram o desenvolvimento cognitivo atingindo pelos alunos, em relação ao item (a) 86,20% dos alunos conseguiram resolver corretamente, o item (b) e (d) teve um bom desenvolvimento sendo que nesse item 41,37% dos alunos conseguiram resolver corretamente, já o item (c) 65,51% resolveram corretamente.

Após fazer esses levantamentos percebeu-se a eficiência em se trabalhar com novas metodologias de ensino, possibilitando que alunos considerados até então incapazes de fazer algumas atividades fossem capazes de participar e desenvolver bons resultados.



Conclusões

Após a aplicação das sequências didáticas podemos concluir que a proposta da abordagem das operações de adição e subtração de números racionais, a partir da manipulação do material Equivalência de Frações teve resultados positivos, levando os alunos a compreenderem tais operações. Inicialmente sem o uso de algoritmos, fez com que os procedimentos adotados para a solução de tais operações ganhassem um significado para os alunos, não os conduzindo a uma simples memorização de procedimentos que com o tempo podem ser esquecidos, mas sim propiciando a apropriação do conceito.

Esperamos que esta reflexão inicial sobre as contribuições dos Registros de Representação Semiótica têm para a aprendizagem em Matemática possa atingir também professores de diferentes níveis de ensino que, como nós, buscam tanto compreender os registros produzidos por seus alunos, quanto conhecer novos modos de trabalhar a matemática.

Referências Bibliográficas

ALMOULOU, S., COUTINHO, C, Q, S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd 1. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. 7ª edição. São Paulo: Papirus, 2010. p. 11-34.

DUVAL, Raymond. Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Traduzido por: LEVY, Lênio Fernandes; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

IGLIORI, Sonia; MARANHÃO, Maria Cristina S. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. 7ª edição. São Paulo: Papirus, 2010. p. 57-70.