



II CONEDU
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos concluintes de um curso de Licenciatura em Matemática: contribuições da teoria de van Hiele

José Roberto Costa Júnior
Universidade Estadual da Paraíba
mathemajr@yahoo.com.br

Resumo: O presente estudo tem como objetivo investigar o nível de pensamento geométrico de estudantes matriculados na disciplina de Estágio Supervisionado do último ano do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. O estudo partiu da constatação relativa a dificuldades apresentadas por estes estudantes, quando da resolução de atividades que envolviam conceitos geométricos básicos, além das discussões teóricas a respeito do ensino desse ramo da Matemática na escola básica. Para realizar a investigação foi aplicada uma atividade baseada nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, cujo modelo, permite identificar os objetos e os produtos de pensamento, definindo como o indivíduo opera em cada um desses níveis. Após realizadas a análise das atividades percebemos que os estudantes apresentam um nível de desenvolvimento do pensamento geométrico adequado para o nível de ensino em que se encontram, porém ainda se faz necessário um aprofundamento de estudos com relação ao ensino dos conceitos geométricos básicos para melhor ensiná-los.

Palavras-chave: Geometria, Pensamento Geométrico, Ensino e Aprendizagem.

1 Introdução

O ensino de geometria no Brasil tem sido alvo de estudos e pesquisas em todos os níveis de escolaridade. O que tem chamado a atenção dos pesquisadores para esta temática justifica-se pelos resultados insatisfatórios apresentados pelas avaliações em grande escala realizadas pelos órgãos governamentais, a exemplo da Prova Brasil, Enem, entre outras.

Estes resultados implicam em questionarmos o porquê do ensino da geometria aparecer como um fator que contribui para o fracasso da aprendizagem escolar. Neste contexto, Lorezanto (1995) explica que existem duas causas significativas que justificam essa ausência do ensino da geometria. Primeiro, muitos professores não possuem conhecimentos suficientes sobre a geometria para poder introduzi-la em suas salas de aulas. Assim, eles acabam ensinando de forma muito superficial ou não ensinam. A segunda, justifica-se pela grande ênfase dada ao uso do livro didático, pois muitos destes abordam poucos conteúdos geométricos, ou os reduzem a definições, propriedades e fórmulas, sem relacionar estes conteúdos a realidade, como também não interligam a outras áreas do conhecimento.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

O que se observa na atualidade é um quadro semelhante ao anterior, pois os alunos continuam com problemas com relação a resolução de problemas que envolvem conceitos Geométricos e os professores continuam a deixar para trabalhar tais conteúdos no fim do ano letivo, apesar de boa parte dos livros didáticos atuais procurarem inserir a geometria ao longo de todo o livro, alternando entre os conteúdos voltados para a álgebra e aritmética.

De acordo com van Hiele (1973 Apud Villiers 2010, p. 1) [...] as deficiências em geometria são devidas ao fato de que o currículo geralmente é apresentado em um nível mais alto do que os dos alunos, eles não compreendem o professor e o professor, por sua vez, não compreendem o porquê deles não compreenderem.

Segundo Pavanelo (1993) o estudo da geometria vem sendo abandonado das salas de aula, esta autora ressalta, ainda, que tal carência pode prejudicar a formação dos alunos, pois a ausência de elementos geométricos impede o desenvolvimento integral dos processos de pensamento fundamentais à resolução de problemas matemáticos.

Este abandono da geometria ou a sua delegação a segundo plano tem efeitos reais na educação até os dias de hoje, onde os alunos do ensino básico e até mesmo do ensino superior apresentam sérias dificuldades na resolução de problemas que envolve conceitos geométricos básicos.

Ao discutirmos sobre o ensino da geometria e os conceitos básicos que a envolve na disciplina de estágio supervisionado de uma turma de estudantes do último ano do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba percebemos algumas dificuldades com relação ao desenvolvimento de atividades envolvendo geometria, mais especificamente no que se refere à geometria básica do Ensino Fundamental.

A partir desta constatação resolvemos investigar de maneira mais sistemática e aprofundada esta problemática. Para isso, organizamos uma sequência de atividades relacionadas aos conceitos básicos da geometria, especificamente das propriedades de polígonos, cuja análise será realizada à luz da teoria de van Hiele. Esta sequência de atividades será aplicada em uma turma de concluintes da Licenciatura em Matemática, com o objetivo de identificar em que nível encontram-se os alunos com relação a teoria de van Hiele.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Diante desta configuração partimos do seguinte questionamento de pesquisa: *Qual o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB/ Campus Campina Grande – PB?*

2 O modelo de van Hiele

O modelo em questão foi elaborado pelo casal de professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof, ambos pesquisaram o desenvolvimento do pensamento geométrico, tendo seus primeiros resultados divulgados em 1959. Por motivo da morte de Dina, o desenvolvimento da teoria se deu por meio dos estudos do seu esposo Pierre van Hiele.

Por meio dessa teoria pode-se conhecer em que nível de desenvolvimento encontra-se o pensamento geométrico dos indivíduos. Segundo Kaleff (1994) o modelo de van Hiele do pensamento geométrico se coloca como guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em geometria.

A teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele é composto de cinco níveis de compreensão, assim denominados: *visualização ou reconhecimento, análise, dedução informal, dedução formal e rigor* os quais descrevem as características dos processos de pensamento.

Kaleff (1994) explica que as atividades e problemas matemáticos apresentados aos alunos geralmente exigem linguagem apropriada, conceitos ou apropriação de propriedades que estão além do nível de pensamento deles. Segundo a autora, os trabalhos de van Hiele relatam acerca da desarmonia com que o ensino e aprendizagem da Matemática são tratados nas escolas. Não são levados em consideração os diferentes níveis de pensamento das crianças, as diferenças entre elas próprias, entre elas e o professor, além do livro didático.

Neste sentido Freudenthal (1996 apud Kaleff, 1994, p. 24) explica que quando o ensino ocorre num nível acima ao do estudante, o conteúdo não é realmente compreendido e não fica “retido” por muito tempo na memória, o que compromete a aprendizagem dos conceitos matemáticos no geral e, especificamente geométricos. É importante ressaltar que o modelo não considera como fator determinante da aprendizagem da geometria, ou do



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

desenvolvimento do pensamento geométrico, a idade cronológica, mas sim a forma pela qual o ensino é estruturado.

Nacarato et. al (2008) explicam que o modelo é composto por cinco níveis (0-4), iniciando pela visualização (nível 0), no qual as figuras são identificadas apenas pelo seu aspecto geral. O aluno observa a figura e a identifica, mas não consegue justificá-la. Segundo Walle (2009) os objetos de pensamento nesse nível são as formas e “o que elas parecem”, sendo assim é a aparência da forma que define, de maneira que o aspecto das aparências acaba prevalecendo sobre as propriedades. Assim uma forma quadrada é um quadrado “porque se parece com um quadrado”. Para este autor os produtos de pensamento no nível 0 são classes ou agrupamentos de formas que são “parecidas”.

De acordo com a hierarquia estabelecida no modelo de van Hiele, o nível 1 corresponde à análise, por meio da qual esse aluno consegue perceber propriedades e elementos da figura, mas não faz relações. Dessa forma, Walle (2009, p. 441) explica que “nesse nível os objetos de pensamento são as classes de formas, mais do que as formas individuais”. No nível 1 os alunos começam a perceber que uma coleção de formas é composta devido as propriedades das mesmas. E acrescenta que os produtos de pensamento neste nível são as propriedades das formas.

Para Walle (2009) no nível 2, da dedução informal, “os objetos de pensamento são as propriedades das formas”, nele o aluno consegue perceber quando uma propriedade é consequência de outra, estabelecendo as relações existentes entre as figuras e suas propriedades.

Dessa forma, cabe ressaltar:

Quando os alunos começam a ser capazes de pensar sobre as propriedades de objetos geométricos sem as restrições de um objeto particular, são capazes de desenvolver relações entre essas propriedades. “Se todos os quatro ângulos são retos, a forma deve ser um retângulo”. “Se isso é um quadrado, todos os ângulos são ângulos retos”. “Se isso é um quadrado, ele tem de ser um retângulo”. (WALLE, 2009, p. 442)

No nível da dedução informal – nível 2 – os produtos de pensamento são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

No 3 nível do modelo de van Hiele os objetos de pensamento são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos, definido por nível da dedução formal. Para Walle (2009) neste nível os alunos conseguem examinar mais do que apenas as propriedades das formas, ou seja, no nível anterior seu pensamento elaborou conjecturas envolvendo as relações entre as propriedades.

O estudante neste nível é capaz de trabalhar com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição. [...] pode claramente observar que as diagonais de um retângulo bissectam uma a outra, como um de pensamento de nível inferior também poderia. Entretanto, no nível 3, há uma apreciação da necessidade de provar isso a partir de uma série de argumento dedutivo. (WALLE, 2009, p. 443)

Os produtos de pensamento deste nível são sistemas axiomáticos dedutivos para a geometria.

Já o nível 04 refere-se ao rigor e está mais voltado aos matemáticos profissionais, nele os objetos de pensamento são sistemas axiomáticos dedutivos para a geometria. Para Walle (2009, p. 443) “os objetos de atenção são os próprios sistemas axiomáticos, não apenas as deduções dentro de um sistema.” Este autor explica que neste nível os produtos de pensamento são comparações e confrontos entre os diferentes sistemas axiomáticos da geometria.

Como podemos observar, o aluno deve ter como produto de pensamento em um nível o que para ele era objeto de pensamento do nível anterior, ou seja, cada aluno ao passar por um nível, deve por meio de atividades bem estruturadas, construir o que lhe dará base para transpor ao nível seguinte, ou seja:

Os níveis não são dependentes da idade no sentido dos estágios de desenvolvimento de Piaget. Um estudante na 3ª série do EF ou no EM podem estar no mesmo nível. Além disso, alguns estudantes e adultos permanecem no nível 0 e um número significativo de adultos nunca alcança o nível 2. Mas a idade está certamente relacionada à quantidade e aos tipos de experiências geométricas que eles tiveram (WALLE, 2009, p. 444).

Estudos apontam que o ensino dos conteúdos de geometria quando é realizado acima do nível de compreensão em que se encontram os alunos, não resulta em aprendizagem dos conceitos em questão. O livro didático, por sua vez, também pode contribuir com esta



problemática, pois ao apresentar o conteúdo de maneira tradicional pode levar o aprendiz a memorização e conseqüentemente enfrentar dificuldades na aprendizagem, conforme afirma Lorenzato (1995).

3 Aspectos metodológicos

O presente estudo caracteriza-se como sendo de cunho qualitativo no sentido de obter segundo a análise dos dados o conhecimento que os estudantes concluintes do curso de Licenciatura em Matemática têm sobre alguns conceitos básicos da geometria.

Segundo Kauark et. al. (2010) a pesquisa qualitativa realiza a interpretação de determinados fenômenos, da atribuição de significados sem que necessariamente se utilize métodos e técnicas estatísticas. Porém esclarece que alguns dados podem ser quantificados, ou seja, traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las. Neste modo de pesquisa o ambiente natural é a fonte direta para a coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave.

Para a realização do estudo foram organizadas atividades dentro da abordagem teórica descrita anteriormente e aplicadas sob a coordenação do autor deste trabalho, a uma turma de sete alunos da disciplina Estágio Supervisionado do último ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba.

Os passos iniciais para a realização da pesquisa ocorreram nas primeiras aulas, com as discussões teóricas sobre o ensino de geometria na escola básica. Ao estudarmos o material manipulável Tangram, que é composto por formas geométricas planas, percebemos que os estudantes apresentavam certas dificuldades em definir essas formas por meio de suas propriedades. A partir dessa percepção e das observações sobre os comentários dos estudantes, resolvemos investigar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico desse grupo de estudantes. Para isso elaboramos uma atividade que nos possibilitasse conhecer melhor alguns aspectos relacionados a trajetória escolar desses estudantes, no que se refere à geometria, bem como seus conhecimentos acerca da geometria plana; básicos para alunos do Ensino Fundamental e “alicerce” para um bom desempenho no Ensino Médio.

As primeiras questões buscam conhecer um pouco sobre a trajetória desses estudantes no que se refere ao estudo da geometria no ensino básico. Em seguida, as questões da



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

atividade tem a intenção de nos informar sobre o conhecimento da geometria plana, mais especificamente às propriedades de quadriláteros e triângulos. Algumas questões apresentam mais de uma alternativa. Para ser considerada correta era necessário que os alunos marcassem todas as alternativas corretas. Tal atividade está organizada com base nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Julgamos, inicialmente, que a referida atividade atenderá aos nossos objetivos de pesquisa, diante do que foi colocado como problema. As atividades contemplarão os três primeiros níveis (0, 1 e 2) do desenvolvimento de van Hiele.

4 Análise e discussão dos resultados

A atividade aplicada aos estudantes contém um número de 17 questões, sendo que as 5 primeiras, buscaram investigar um pouco da trajetória desses estudantes com relação ao estudo da geometria no ensino básico, conforme mencionado anteriormente. É importante destacar, que das doze questões que compõem a atividade, neste trabalho, apresentamos apenas uma amostra do que foi trabalhado.

Quando questionados sobre o estudo da geometria no ensino básico, cinco dos sete alunos investigados afirmaram ter estudado e dois deles não, porém os que estudaram, fizeram ressalvas, pois segundo seus relatos, foram poucos os conteúdos estudados, citando por exemplo: figuras geométricas planas, cálculo de área e perímetro e sólidos geométricos. Quando questionados sobre qual o ramo da matemática que mais se identificaram e tiveram menos de dificuldades em aprendizagem, os estudantes citaram a álgebra e a aritmética no Ensino Fundamental e a álgebra no Ensino Médio.

Neste trabalho apresentaremos apenas uma amostra das atividades que foram aplicadas relativamente aos níveis de van Hiele. Estas atividades foram selecionadas a partir do estudo realizado por (SANT'ANNA, 2009), as quais estão agrupadas segundo os níveis de van Hiele.

Respostas dos alunos relativas ao nível 0 (Visualização)

As primeiras três questões referem-se ao nível de visualização do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Segundo Walle (2009) nesse nível o que caracteriza o pensamento geométrico são as formas e “o que elas parecem”, sendo que a aparência é o que define as formas.

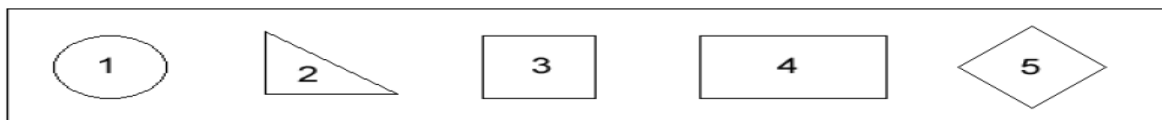


II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

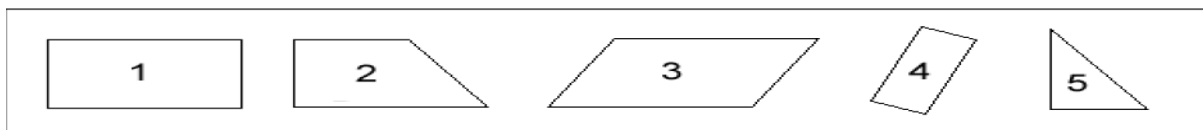
Apresentamos as questões seguidas do número de acertos e erros dos alunos.

Questão 7: Assinale o (s) quadrado (s)



Para esta questão, obtivemos três respostas corretas e quatro respostas consideradas erradas, ou seja, quatro alunos responderam de forma inadequada, sendo que quatro deles assinalaram apenas a alternativa 3, o que nos leva a supor que eles somente consideram o quadrilátero como quadrado se este estiver com os lados paralelos à margem do papel. Já os outros três alunos assinalaram as figuras 3 e 5 corretamente e daí podemos inferir que os alunos compreendem que a rotação feita no polígono não altera suas propriedades, conservando-se quadrada.

Questão 9: Assinale o (s) paralelogramo (s)



Para a questão obtivemos apenas duas questões corretas e cinco consideradas incorretas. Nesta questão os alunos apresentaram grandes problemas, pois apenas 2 deles acertaram completamente a questão, assinalando as alternativas 1, 3 e 4. Dos cinco alunos que erraram esta questão, um deles incluiu o trapézio com sendo um paralelogramo, desconhecendo as definições de ambos. Os demais assinalaram apenas a alternativa três, desconsiderando o fato de que as formas 1 e 4 também são paralelogramos.

As duas próximas questões referem-se ao nível 1 (Análise)

Questão 11: Assinale a (s) alternativa (s) para todos os retângulos:

a) Têm 4 ângulos retos.
b) Têm lados opostos paralelos.
c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
d) Têm os quatro lados iguais.
e) Todas são verdadeiras.

The diagram shows a rectangle with vertices labeled A (bottom-left), B (bottom-right), C (top-right), and D (top-left). Two diagonals are drawn, connecting A to C and B to D, intersecting at the center.




II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Nesta questão obtivemos o máximo de acertos, com sete alunos acertando todas as questões referentes a este nível. Todos acertaram, assinalando as alternativas a, b e c. Nas questões anteriores observamos alguns erros para o reconhecimento de figuras como a que está sendo abordada nesta questão. Percebemos que o número de acerto foi o máximo, os estudantes visualizaram as propriedades dos retângulos no desenho do mesmo, disposto ao lado das alternativas.

Questão 12: Dê três propriedades do quadrado

1. _____	
2. _____	
3. _____	

Obtivemos nesta questão um total de cinco acertos e apenas dois erros. Nesta questão em que foi solicitado dos alunos descrever propriedades do quadrado, percebemos que os alunos não apresentaram dificuldades, que já cinco dos sete acertaram, atribuindo corretamente propriedades como: “os quatro lados iguais”, “quatro ângulos retos” e “lados oposto paralelos”. Dentre os que não responderam de maneira adequada, encontramos alunos que não conseguiram atribuir as três propriedades solicitadas, afirmando não lembrarem-se dessas propriedades.

As questões 16 e 18 referem-se ao nível 2 (Dedução informal)

Questão 16: Assinale a (s) figura (s) que pode (m) ser considerada (s) retângulo (s).



De forma análoga a questão anterior, nesta obtivemos cinco acertos e apenas dois erros. Nesta questão 5 alunos responderam corretamente, assinalando as alternativas 1, 2 e 3. Consideramos que 2 alunos erraram por não terem incluído a alternativa 2 como sendo



também um retângulo, ficando claro que os alunos não diferenciam os polígonos pelas suas propriedades, mas sim pela sua aparência, conforme explica Walle (2009).

Questão 18: Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

- a) Qualquer propriedade dos quadrados também é válida para os retângulos.
- b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
- c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
- d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
- e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nesta questão quatro alunos acertaram e três deles erraram. Obtivemos 4 respostas corretas, ou seja, três alunos assinalaram a alternativa c. Os demais que não conseguiram acertar esta questão, mais uma vez, revelam problemas de compreensão com relação as propriedades, já que aqueles que erraram assinalaram a alternativa b.

5 Considerações Finais

O presente estudo traz uma importância significativa no que se refere à investigação do conhecimento matemático que os estudantes têm sobre determinados ramos e/ou conteúdos matemáticos para sua atuação como docente. A par destes resultados o professor formador pode reorientar sua prática docente no sentido de sanar as dificuldades e fazer com que os estudantes possam melhorar o rendimento em disciplinas específicas da licenciatura, bem como estarem melhor preparados para atuar como docentes.

Os resultados obtidos com essa investigação revelaram que a maior parte desses estudantes possuem um bom desenvolvimento do pensamento geométrico, tendo em vista que o número de acerto em todas as questões foi superior ao número de erros. Por outro lado, algumas dificuldades observadas, demonstram que os futuros professores necessitam de uma melhor compreensão dos conceitos geométricos, principalmente por se tratar de estudantes do último ano da graduação, que de acordo com os níveis de desenvolvimento do pensamento de van Hiele, estes estudantes deveriam encontrar-se pelo menos no nível 3.

Pelo que foi observado neste estudo alguns estudantes apresentam dificuldade de operar no nível 1. De acordo com Walle (2009) os alunos neste nível são capazes de listar



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

todas as propriedades de quadrados, retângulos e paralelogramos, porém não os compreendem como subclasses de outra classe, ou seja, que todos os quadrados são retângulos e todos os retângulos são paralelogramos. É o que mostra os resultados das primeiras questões resolvidas por estes estudantes. Ainda, segundo este autor, os produtos de pensamento no nível 1 são as propriedades das formas, porém os sujeitos aqui envolvidos apresentam deficiências para reconhecer tais propriedades.

Os resultados apresentados pelas questões referentes ao nível 2 de van Hiele também revelaram que os estudantes ainda não operam neste nível de forma adequada, pois alguns deles, não responderam as questões corretamente. Segundo Walle (2009) o que caracteriza o nível de pensamento no nível 2 são as propriedades das formas, e o produto desse nível é justamente a capacidade que o indivíduo tem de estabelecer relações entre as propriedades dos objetos matemáticos. As duas últimas questões mostram que alguns estudantes envolvidos no estudo não conseguem operar nesse nível, ou seja, não são capazes de pensar sobre as propriedades de objetos matemáticos sem fazer restrições a um objeto particular.

Outro ponto positivo do estudo com relação à formação inicial, foi a apresentação do resultado da atividade para os próprios estudantes e as discussões realizadas em torno dos problemas revelados por meio das respostas, gerando melhor compreensão sobre os conceitos geométricos, bem como fazendo com que os estudantes percebessem suas dificuldades sobre o ensino aprendizagem da geometria e por estarem no final do curso, buscarem conhecer meios que possam auxiliá-los nesta problemática.

O estudo realizado não tem a pretensão de esgotar as possibilidades de investigação sobre o assunto, tendo em vista que há muito para se explorar no âmbito da formação inicial, e por esse motivo, ressaltamos a importância de que estudos semelhantes possam ser desenvolvidos no âmbito dos cursos de formação de professores, para que uma formação profissional docente de qualidade reflita diretamente nas salas de aula.

Referências

KALEFF, A. M. et.al. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: o modelo de van Hiele**. Bolema, Rio Claro, n. 10, p. 21-30, 1994.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

KAUARK, F. S., MANHÃES, F. C., MEDEIROS, C. H., **METODOLOGIA DA PESQUISA**: um guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Revista Zetetiké, ano I, n. 1, p. 7-17, 1993.

NACARATO, A. M. et. al. “Grupo colaborativo em geometria: uma trajetória ... uma produção coletiva”. In: Nacarato et. al (orgs.). **Experiências com geometria na escola básica**: narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008, p.11-46.

SANTA’ANA, E. C. **Geometria segundo modelo de van Hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental**. 2009. Monografia f. Centro Universitário La Salle. Canoas, RS. 2009.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILLIERS, de M. **Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele**. Revista Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010.