



II CONEDU
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

PERCEPÇÕES DE ALGUNS PROFESSORES DO ESTADO DA PARAÍBA, SOBRE O ENSINO-APRENDIZAGEM DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

Adriano Alves da Silveira¹

(Universidade Estadual da Paraíba-UEPB, adriano.exatas@hotmail.com)

Ailton Diniz de Oliveira¹

(Universidade Estadual da Paraíba-UFPB, ailton_diniz@hotmail.com)

Francinaldo de Meireles Silveira²

(Universidade Federal da Paraíba –UFPB, francinaldofran.280592@hotmail.com)

Sueli Farias de Souza Dantas³

(Universidade Federal da Paraíba-UFPB, sueli12tribo@hotmail.com)

Resumo

A presente pesquisa teve como foco o processo ensino-aprendizagem da Análise Combinatória. O objetivo central foi analisar as concepções dos professores do 2º ano do Ensino Médio dos Municípios de Alagoinha - PB, Mulungu - PB e Rio Tinto - PB, em relação ao ensino e aprendizagem da Análise Combinatória. Assim, este trabalho investigou, por meio de um questionário, aplicados aos professores do 2º ano do Ensino Médio, as percepções dos mesmos sobre o estudo da Combinatória. O nosso propósito era responder as seguintes questões: Qual foi o suporte que os alunos tiveram nos anos iniciais sobre os primeiros conceitos da Análise Combinatória? Quais justificativas dos professores em deixar o estudo da Análise Combinatória de lado? Quais as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo da Análise Combinatória? Será que esse conteúdo está sendo abordado na forma que os documentos oficiais orientam? Com isso, elegemos como sujeitos da pesquisa 5 professores do 2º ano do Ensino Médio distribuídas nos Municípios de Alagoinha - PB, Mulungu - PB e Rio Tinto – PB. Os resultados obtidos são comentados no decorrer do trabalho, no qual é importante destacar que o professor deve selecionar os conteúdos que vão ser importantes para o aluno, tanto na sua formação profissional como também para prosseguimento dos estudos.



II CONEDU
CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Palavras-chaves: Ensino Médio. Análise Combinatória. Ensino-Aprendizagem.

Introdução

É comum nos depararmos com situações que necessite o conhecimento dos conteúdos da Análise Combinatória. E isso é constatado desde os tempos antigos, como por exemplo, as primeiras atividades matemáticas da humanidade estavam relacionadas com a contagem de objetos direta de um conjunto. A Combinatória nos possibilita calcular os números de possibilidades de determinados acontecimentos, levando em consideração certas condições.

Para Roxo et al (1944, p. 81),

Análise Combinatória é uma área da Matemática que aborda o estudo da formação, contagem e propriedades dos agrupamentos que podem constituir-se, segundo determinados critérios, como os objetos de uma coleção. Esses agrupamentos distinguem-se, fundamentalmente em três espécies: arranjos, permutações e combinações, e podem ser formados de objetos distintos ou repetidos.

O conceito mais importante que acompanha a discussão de combinatória é apresentado por Souza (2010, p. 217), como sendo o Princípio Fundamental da Contagem, assim definido por ele: “Se um acontecimento A pode ocorrer de n maneiras distintas, e para cada uma dessas maneiras, um acontecimento B pode ocorrer de m maneiras distintas, então a quantidade de possibilidades de ocorrência dos acontecimentos A e B é dada pelo produto $n \times m$ ”.

Os conceitos da Análise Combinatória discutidos no Ensino Básico envolvem basicamente problemas de arranjo, combinação e permutação. No entanto existem outros tipos de problemas mais complexo que exigem técnicas para resolvê-los, como: o princípio das gavetas de Dirichlet, o princípio da inclusão-exclusão, as funções geradoras e a teoria de Ramsey.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

A abordagem dessa temática em sala de aula deve partir de situações contextualizadas, tendo em vista a facilidade de aplicação no cotidiano dos alunos. Com o estudo da Análise Combinatória podemos resolver muitos problemas que estão relacionados ao nosso dia-a-dia, como por exemplo: de quantos modos diferentes Ana pode se vestir para ir à festa, sabendo que ela tem 4 saias e 6 blusas? Quantas placas diferentes de automóveis, formadas por três letras e quatro algarismos, podem existir? Quantas maneiras diferentes você pode escolher seis entre sessenta números para jogar a mega - sena? Quantas senhas de quatro algarismos você pode obter com os algarismos de 1 a 9? Em uma classe de trinta alunos, quantas são as possíveis escolhas para três representantes de sala?

No entanto o que percebemos no ambiente escolar é que dado ênfase ao modelo fórmula-aplicação, assim é ensinado um conjunto de fórmulas e depois cabe ao aluno escolher a fórmula correta para resolver problema proposto. Desta forma as ideias utilizadas pelo estudante passam despercebidas e sem significado, onde na verdade é para ser feita uma análise pelo mesmo, distinguindo o tipo de agrupamento, para depois buscar fórmulas ou algoritmos que possam resolver o problema.

Segundo o PCN+ (BRASIL, p. 126-127), as fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente Matemática à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande.

Por outro lado, se a aprendizagem destes conceitos se faz de maneira mecânica, limitando-se a empregá-los em situações padronizadas, sem procurar habituar o aluno com a análise cuidadosa de cada problema, cria-se a impressão de que a Análise Combinatória é somente um jogo de fórmulas complicadas. (MORGADO et al. 1991, p. 2).



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Nós sabemos que o ensino dessa temática, está, além disso, já que podemos propor problemas que leva o aluno a refletir, a tomar decisões e formalizar novos conceitos, fazendo com que as fórmulas tenham sentido.

Nos problemas de contagem podemos utilizar algumas ideias, como a árvores de possibilidade, tabelas, além do processo enumeração sistemática, que são meios valiosos na formalização do raciocínio combinatório. Para um conjunto que existem muitas possibilidades, esses recursos se tornam limitado, porém contribui de forma significativa para o entendimento do Princípio Fundamental da Contagem.

Nesse sentido os problemas de combinatória exigem dos estudantes uma tomada de decisão, na elaboração dos possíveis caminhos que levam a solução. De acordo com Morgado et al (1991, p. 2),

Embora a Análise Combinatória disponha de técnicas gerais que permitem atacar certos tipos de problemas, é verdade que a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema. Esse é um dos encantos desta parte da matemática, em que problemas fáceis de enunciar revelam-se por vezes difíceis, exigindo uma alta dose de criatividade para sua solução.

A Análise Combinatória pertence ao bloco Análise de dados e probabilidade que deve ser discutido durante todos os anos de escolaridade do Ensino Básico. No entanto, este conteúdo se desenvolve ainda muito timidamente, no ambiente escolar, apesar de sua potencialidade, ao trabalhar de forma eficaz com algumas competências exigidas nos PCN+ (BRASIL, 2002) de Matemática, tais como: representação, leitura, investigação e compreensão, capacidade de enfrentamento e resolução de situações problemas, dentre outras. Assim, um fator que deve ser levado em consideração é que o estudo da Análise Combinatória deveria ser contemplado de uma forma mais eficaz no Ensino Fundamental.

No decorrer dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental os alunos devem ser levados a desenvolver a familiarização com a contagem de agrupamentos, de maneira informal e direta, fazendo, por exemplo, uma lista de todos os agrupamentos possíveis para depois contá-los. (BRASIL, 1999, p. 52).



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

No entanto, o ensino da Análise combinatória só começa a ser discutido na maioria das instituições escolares a partir do 2º ano do Ensino Médio, tornando assim uma aprendizagem sem alguns suportes para determinada etapa. Porém, o problema é mais preocupante do que parece, pois existem muitas escolas que não trabalham com o estudo da Análise Combinatória em seu currículo. Este fato pode ocorrer pela insegurança do professor de Matemática no conteúdo de Análise Combinatória e também por achar que, ao discutir tal temática, seus alunos vão ter muita dificuldade em aprender os conceitos deste tópico.

Um dos grandes problemas do estudo da Análise Combinatória no ambiente escolar é perceber que tipo de agrupamento a questão está trabalhando, desta forma podemos destacar alguns questionamentos que estão bem presentes na sala de aula, tais como: é arranjo, combinação ou permutação? Que fórmulas utilizar? Hariki (1996, p. 29) aponta dificuldades encontradas pelos alunos e professores,

Problemas envolvendo combinatória são usualmente considerados difíceis pela maioria dos alunos e professores de Matemática. Talvez a principal dificuldade seja a da conexão correta entre o problema dado e a teoria matemática correspondente. É difícil determinar se o problema combinatório dado é um problema de arranjo, de permutação ou de combinação, ou então se é suficiente usar diretamente o Princípio Fundamental da Contagem.

Além disso, devemos ter cuidado na escolha do problema, é preciso que o mesmo possua uma quantidade relativamente pequena de agrupamentos, para que o aluno possa listar todos os casos possíveis. No caso de o problema possuir um grande número de agrupamentos, tornado uma atividade exaustiva para o estudante, daí vem a importância do Princípio Fundamental da Contagem e utilização das fórmulas de modo adequado.

Na verdade a exploração de um problema que podemos fazer todos os agrupamentos possíveis, tomando casos particulares, pode nos ajudar a entender e



ampliar para uma situação geral, chegando a um modelo que possa representar com propriedade diversos problemas.

O presente trabalho teve como objetivo geral: analisar as concepções dos professores do 2º ano do Ensino Médio dos Municípios de Alagoinha - PB, Mulungu - PB e Rio Tinto-PB, em relação ao ensino e aprendizagem da Análise Combinatória. Os objetivos específicos foram: verificar como os professores concebem o conteúdo de Análise Combinatória nas escolas citadas acima, identificar as principais estratégias utilizadas pelos alunos das escolas públicas investigadas sobre o conteúdo Análise Combinatórias e compreender as concepções dos professores acerca do ensino e a aprendizagem da Análise Combinatória.

A escolha dessa temática se justifica de duas maneiras: verificar como está ocorrendo o estudo da Análise Combinatória em algumas escolas públicas, determinando as percepções dos professores acerca dessa temática. A segunda se justifica pelo estudo da Análise Combinatória, por se tratar de uma parte desafiadora e estimulante da Matemática, onde esta propicia a contextualização do cotidiano do aluno, na qual desenvolve o raciocínio lógico-dedutivo matemático.

Desta forma, é importante um olhar crítico do que é necessário para melhorar o Ensino da Matemática no Brasil, contando com alguns recursos inovadores, tais como: jogos, a utilização de softwares, a resolução de problemas, dentre outros.

Além disso, é preciso começar o estudo desta temática com problemas motivadores que provocam a curiosidade e estimulam o aluno a querer resolvê-los. Pode-se fazer uma introdução dos problemas que serão resolvidos com o estudo da Análise Combinatória e depois começar com os problemas simples que são os de contagem, onde estes preparam para etapas seguintes.

Pretendíamos identificar, diante da pesquisa, quais dificuldades encontradas no estudo da Análise Combinatória, a partir de um questionário aplicado aos professores.



Metodologia

Esta seção tem como finalidade descrever os procedimentos metodológicos utilizados no presente estudo. O objetivo fundamental da pesquisa é descobrir respostas para os problemas na qual se justifica a realização da mesma. Deste modo, apresentamos, a seguir, o tipo de estudo bem como os participantes e a metodologia aplicada, segundo o objetivo e à análise de dados.

A metodologia de pesquisa pode ser caracterizada, segundo seus objetivos, como um estudo descritivo e exploratório, elaborado a partir da investigação e de materiais publicados sobre a temática em questão.

Para alcançar os objetivos da pesquisa, elegemos como sujeitos do estudo, alguns professores do 2º ano do Ensino Médio das Escolas Públicas dos Municípios de Alagoinha - PB, Mulungu - PB e Rio Tinto – PB. A metodologia de ação foi estruturada em duas etapas: aplicação do questionário e a verificação dos resultados obtidos.

A primeira etapa da pesquisa tinha como objetivo investigar como os professores das instituições trabalham a Análise Combinatória no ambiente escolar. Desta forma, utilizamos um questionário, elaborado para os professores. Este instrumento é composto de duas partes: a primeira – identificar o perfil dos professores das instituições investigadas; e a segunda – identificar as concepções dos docentes sobre o conteúdo da Análise Combinatória, no qual abordamos os seguintes questionamentos: Qual a importância da familiarização dos alunos nos anos iniciais, sobre os primeiros conceitos da Análise Combinatória? Quais as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo da Análise Combinatória? Quais são as principais estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem problemas envolvendo Análise Combinatória no ambiente escolar? Você costuma deixar o estudo da Análise Combinatória de lado? Se for sim, explique o



porquê? Você aborda o conteúdo de Análise Combinatória da forma que os documentos oficiais orientam? Explique.

Para entender algumas concepções do estudo da Análise Combinatória no ambiente escolar, tivemos a aplicação desse questionário com alguns professores das escolas investigadas, totalizando 5 professores, mais precisamente 2 professores da escola estadual do Município de Alagoinha - PB, 2 dos professores da escola estadual do Município de Rio Tinto - PB e 1 professor da escola estadual do Município de Mulungu - PB.

A segunda etapa remete à verificação e à análise dos resultados baseados na teoria estudada. Neste momento, estamos interessados em investigar quais as principais dificuldades que os professores e estudantes tem acerca do Ensino e na aprendizagem da Análise combinatória.

Resultados e discussões

O estudo da Análise Combinatória não deve ser deixado de lado, já que essa temática trabalha com diversas situações do nosso dia a dia. O professor deve ser cauteloso na escolha dos conteúdos a serem trabalhados e durante o seu planejamento não pode deixar essa temática de lado. Desculpas como: “o assunto está no final do livro didático” ou “é um assunto difícil para o entendimento dos alunos”, são inadmissíveis. Não devem ser levadas em consideração, pois ao conhecer as potencialidades dessa temática fica claro o quanto se faz necessária na vida dos alunos. Nesse sentido vamos fazer uma transcrição das respostas dos questionários aplicados aos professores.

1. Qual a importância da familiarização dos alunos nos anos iniciais, sobre os primeiros conceitos da Análise Combinatória?



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Com a análise do questionário, percebemos que a maioria dos professores estava ciente da importância dos primeiros conceitos da Análise Combinatória e destacaram que seria importante para o prosseguimento dos estudos. Veja abaixo a resposta de um professor (a):

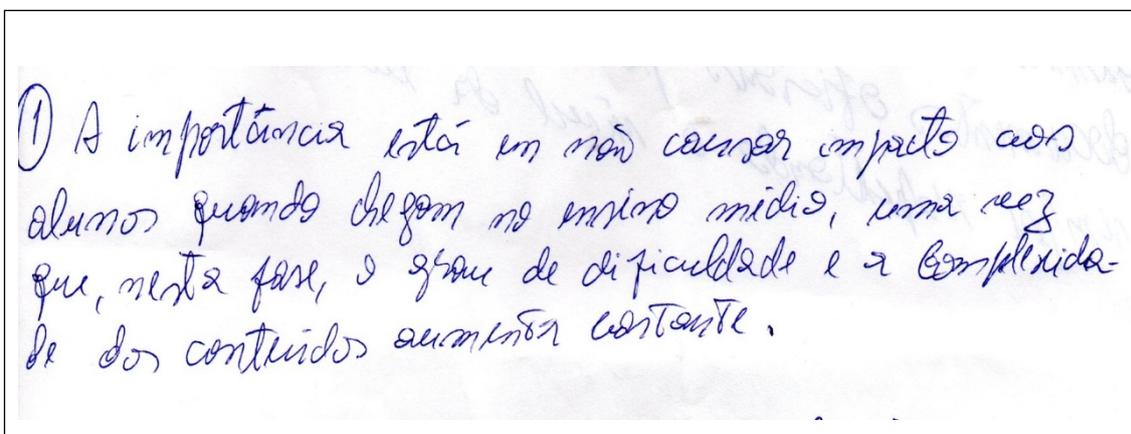


Figura 1: Resposta dada pelo professor (a) referente a questão 1.

Nesse sentido os professores destacavam que quando a Combinatória é deixada de lado no Ensino Fundamental, acaba sendo um dos motivos que leva a dificuldade de compreensão no Ensino Médio, visto que a maioria dos alunos se deparam com conceitos que são relativamente complexos, pelo fato de não ter sido trabalho anteriormente.

2 - Quais as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo da Análise Combinatória?

Tivemos algumas respostas interessantes em relação a esta questão. A princípio, uma dificuldade até que já esperada diz respeito ao tipo de agrupamento, ou seja, se arranjo ou combinação.



Por outro lado, destacamos uma resposta dada por dois professores que afirmaram que uma das principais dificuldades era a insegurança do docente em abordar tal conteúdo em sala de aula.

Outro ponto interessante destacado pelo professor era a baixa estima dos alunos e em consequência disso, surge a falta de interesse pela aprendizagem e isso não ocorre só no Ensino da Análise Combinatória, mas também em outros conteúdos.

Na primeira questão, percebemos que os professores estavam cientes da importância dos conceitos preliminares da Análise Combinatória, porém um professor afirmou que uma das principais dificuldades está no Ensino da Análise Combinatória nos anos iniciais. Veja abaixo a resposta dada pelo professor (a):

2) As dificuldades estão, principalmente, em nunca ter visto o assunto no ensino fundamental e não conseguem, na maioria das vezes compreender aplicar os conceitos no ensino médio. Outra dificuldade é o fato de se resolver as questões por lógica mecânica, o que sabemos que hoje, grande parte do mundo ainda não está habituado a isso.

Figura 2: Segunda resposta dada pelo professor (a).

3 - Quais são as principais estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem problemas envolvendo Análise Combinatória no ambiente escolar?

Confrontando o questionário aplicado aos professores dos Municípios de Alagoinha - PB, Mulungu - PB e Rio Tinto - PB, verificamos que as estratégias descritas pelos mesmos foram idênticas em todos os municípios.

Assim destacamos as estratégias mencionadas pelos professores: estimular a resolução de problemas envolvendo contagem através de modelos (diagrama de árvores, tabelas, agrupamentos, entre outros), de forma que os estudantes compreendam o que estão fazendo. Vale destacar também que é dispensado inicialmente questões envolvendo resultados relativamente grandes e impossíveis de serem representados através dos modelos.

4 – Você costuma deixar o estudo da Análise Combinatória de lado? Se for sim, explique o porquê?

De modo geral, os professores relataram que o conteúdo de Análise Combinatória é deixado de lado por estar no final do livro didático e que muitas das vezes não dão tempo de ser lecionado.

Porém, alguns reconhecem a importância da Análise Combinatória e relataram que é preciso deixar alguns conteúdos de lado e dar prioridade ao estudo dessa temática. Porém, isso não é o bastante; é preciso que essa ideia seja colocada em prática. Uma vez que, pela pesquisa, percebemos que mesmo sabendo da importância dessa temática, os professores deixam esse estudo de lado.

5 – Você aborda o conteúdo de Análise Combinatória da forma que os documentos oficiais orientam? Explique.

A maioria dos professores destacou a importância da resolução de problemas e da contextualização. Trabalhando com situações reais, evitando atividades do tipo $A_{4,3}$ que, de forma mecânica, estimula o aluno a apenas decorar fórmulas para resolver questões propostas.

Além disso destacaram a relevância do Princípio Fundamental da Contagem, como suporte inicial na resolução de problemas de Combinatória, visto que o mesmo ajuda na construção do raciocínio combinatório.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Tivemos também alguns professores que destacaram a utilização de alguns recursos na resolução dos problemas, como: a árvore de possibilidade, tabelas e a enumeração sistemática, visto que os mesmos ajudam a visualizar e diferenciar sobre o agrupamento que cada questão está trabalhando.

Conclusões

Diante das dificuldades encontradas no Ensino da Análise Combinatória, tanto para o professor como para o aluno, refletimos que é preciso um trabalho que utilize metodologias diversificadas, que facilite o ensino dessa temática.

O ensino e aprendizagem da Matemática atualmente vêm sofrendo algumas mudanças no que diz respeito aos conteúdos que devem ser trabalhados. Deste modo, é preciso evidenciar a importância dos conceitos matemáticos e, sobretudo, se questionar a respeito de que conteúdos serão necessários para que os alunos resolvam problemas do seu cotidiano.

Percebemos com o questionário que os professores concordavam com a ideia de que a Análise Combinatória deveria ser trabalhada de forma mais intensa no Ensino Fundamental, isso facilitaria nos conceitos que seriam trabalhados mais adiante.

Uma proposta recomendável no ensino e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos é ter como referência em sua prática os documentos oficiais. Por meio do questionário percebemos que os professores conheciam como trabalhar o conteúdo da Análise Combinatória.

Portanto, fica evidente o quanto precisamos da Matemática durante o nosso cotidiano. Em consequência disso, o professor tem que está cada vez mais perto das necessidades dos seus alunos e da sociedade em geral.



II CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

Assim, além dos objetivos atingidos, essa pesquisa nos proporcionou refletir sobre o processo ensino-aprendizagem da Análise Combinatória. Desta forma, é recomendável que os docentes trabalhem com metodologias diversificadas, através de ferramentas que facilitem esse processo. É importante que o docente seja criterioso e cauteloso com os conteúdos que devem ser trabalhados, ou seja, conteúdos que trabalham o cotidiano do aluno, mostrando que o conhecimento matemático se faz necessário, sem dúvida é essencial para o desenvolvimento de habilidades que caracterizam o pensar matemático do aluno. Desta forma, o conteúdo de Análise Combinatória não deve ser deixado de lado, devido à facilidade de trabalhar com o cotidiano do aluno.

Referências bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Matemática)**. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, DF: MEC, 2002.

HARIKI, S. **Conectar problemas: uma nova estratégia de resolução de problemas combinatórios**. Revista Educação e Matemática, nº37, 1º trimestre de 1996 (Portugal).

MORGADO, A. C. O.; CARVALHO, J.B.P.; CARVALHO, P.C.P.; FENANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: IMPA, 1991.

ROXO, E. et al. **Matemática 2º ciclo, 2ª série. 2ªed**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1944.

SOUSA, J.R. **Novo olhar matemática**. São Paulo: FTD, 2010.