



# O MICROMUNDO NO ENSINO DO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO: UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA

Patrícia Benevides de Oliveira<sup>1</sup>  
Franck Bellemain<sup>2</sup>

## RESUMO

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de doutorado em andamento, que tem como objetivo principal criar um modelo praxeológico de tarefas para a análise de um micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo. O quadro teórico é constituído pela Teoria Antropológica do Didático e a Engenharia Didático-Informática, com o Modelo de Processo de Desenvolvimento de Software Educativo, que darão embasamento ao percurso metodológico de investigação. Os resultados parciais revelam o modelo praxeológico dominante nas instituições de referência, a partir da análise dos livros didáticos que habitam nos cursos de Cálculo, que irá permitir a construção do modelo de análise do micromundo.

**Palavras-chave:** Micromundo. Praxeologia. Tarefa. Teorema Fundamental do Cálculo.

## INTRODUÇÃO

Um grande desafio no ensino de Cálculo Diferencial e Integral (ou, simplesmente, Cálculo) é superar as dificuldades de aprendizagem e diminuir as taxas de abandono e reprovação nessa disciplina. Essa problemática envolve, dentre outras, as questões epistemológica, didática e cognitiva em torno dos objetos do saber.

Na história do Cálculo, dois problemas particulares permearam os pensamentos de vários filósofos e matemáticos: a quadratura (processo de determinar áreas) e o traçado de tangentes a curvas. Eles originaram os processos que conhecemos hoje como integração e derivação que, não aparentemente, são inversos um do outro, e essa relação se estabelece com o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC).

Em nossa pesquisa encontramos vários pesquisadores que mostraram que o TFC não é interpretado graficamente pelos alunos para auxiliar na compreensão dos assuntos, ficando restrito apenas a manipulações algébricas e técnicas memorizáveis. Isso também ficou evidente ao analisarmos os livros didáticos de Cálculo, em que os autores colocam em

---

<sup>1</sup> Doutoranda do Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (PPGEduamatec) da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, pattybenevides@gmail.com;

<sup>2</sup> Professor orientador: Pós-Doutor em Didactique des Mathématiques, Université Joseph Fourier (Grenoble I), f.bellemain@gmail.com.



segundo plano a utilização do registro gráfico tanto no aspecto teórico quanto na resolução de exercícios.

Em contrapartida, as pesquisas de Andersen (2007) e Grande (2013) destacam que as tarefas de ensino que valorizam os aspectos de variação e acumulação e as interações entre os componentes algorítmico, formal e intuitivo em conjunto com a visualização contribuem para a aprendizagem dos conceitos centrais do referido teorema.

Segundo Ponte (2014), as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática e elas podem ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que podem ajudar a mobilizar. Além disso, concordamos com Borba (2010) que “as possibilidades que os softwares oferecem podem mudar o tipo de atividades que são propostas em sala de aula, bem como transformar a natureza do conhecimento matemático”. Nesse campo, as representações são o grande cerne na construção dos conhecimentos, e os softwares podem fornecer a criação de novos sistemas de representação. Dessa forma, acreditamos que as tarefas mediadas por esses artefatos devem ser diferenciadas, possuindo caráter inovador, diferentemente daquelas elaboradas para serem realizadas em ambiente sem uso de tecnologias, caracterizadas como habituais e corriqueiras.

No grupo de pesquisa do programa de doutorado em que esta pesquisa se insere, denominado ATELIER DIGITAS e coordenado pelo Prof. Dr. Frank Bellemain, buscamos fundamentos teóricos que auxiliem nas respostas de questões de pesquisas referentes ao uso, concepção, análise e desenvolvimento de recursos tecnológicos para o ensino de Matemática. Nesse grupo, Tibúrcio (2016; 2020) desenvolveu um modelo de processo de desenvolvimento de software educativo, integrando os métodos da Engenharia de Requisitos e Ágeis, com elementos da Engenharia de Softwares e os princípios da Engenharia Didática, numa perspectiva transdisciplinar de exploração das potencialidades teóricas e tecnológicas dessas engenharias.

Dentre os tipos de softwares disponíveis, consideramos o Micromundo como um sistema que permite “simular ou reproduzir um domínio do mundo real, e que tem como objetivo abordar e resolver uma classe de problemas” (BELLEMAIN, 2002), dadas as possibilidades de interação dinâmica entre os sujeitos e os objetos matemáticos por meio de suas ferramentas. Mas, segundo Bellemain (2002), o micromundo sozinho não ensina nada, é necessário elaborar situações de uso através dele pelo sujeito.

Assim, tomamos como referência particular o estudo e aplicação do Teorema Fundamental do Cálculo e refletimos sobre as diferentes dimensões da Engenharia Didático-



Informática: epistemológica, cognitiva, didática e tecnológica (BELLEMAIN; RAMOS; TIBÚRCIO, 2015), direcionando o nosso estudo para responder, inicialmente, às seguintes questões:

*Quais são os tipos de tarefas propostas no ensino do Teorema Fundamental do Cálculo? Quais são os ambientes onde elas são desenvolvidas? Os softwares matemáticos fornecem requisitos necessários ao ensino do Teorema Fundamental do Cálculo?*

Presumimos que o ensino do objeto matemático em ambientes computacionais carece de uma adaptação na sua instrumentalização. E ressaltamos que essa adaptação passa, dentre outros, pela mudança nas atividades propostas. Destarte, passamos também a refletir sobre a seguinte questão:

*É possível criar um modelo de tarefas, seguindo uma organização praxeológica e com base nas dimensões da EDI, que possibilite analisar um micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC)?*

Mediante a essas questões, definimos o objetivo geral que nos propusemos a investigar: *Criar um modelo praxeológico de tarefas para a análise de um micromundo para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo.*

As referências teóricas escolhidas nos forneceram elementos para a pesquisa, através de uma convergência entre o conceito teórico de organização praxeológica, definido por Chevallard (1999) em sua Teoria Antropológica do Didático, e as dimensões do Modelo de Processo de Desenvolvimento de Software Educativo, proposto por Tibúrcio (2016; 2020), da Engenharia Didático-Informática, que resumiremos a seguir.

### ***Modelo de Processo de Desenvolvimento de Software Educativo (SE)***

Fundamentado na Engenharia Didático-Informática (BELLEMAIN; RAMOS; TIBÚRCIO, 2015), reúne elementos da Engenharia Didática, de investigação teórica e experimental sobre o ensino e a aprendizagem, e da Engenharia de Software, com a padronização do desenvolvimento de softwares e métodos de obtenção de requisitos (TIBÚRCIO, 2016).

Nesse modelo, os procedimentos são divididos em duas etapas: Fase teórica e Fase experimental, sem necessariamente apresentar uma sequência rígida, já que é permitido visitar os procedimentos. A fase teórica é constituída pelas *análises preliminares, análise de requisitos e análise a priori e prototipação*, enquanto a fase experimental subdivide-se em



*piloto, professores e alunos*. Esses procedimentos se articulam com as dimensões *cognitiva, didática, epistemológica e informática*, “na medida em que questionamentos e observações de tais procedimentos procurassem responder as referentes dimensões” (TIBÚRCIO, 2016, p.55-56).

### ***Teoria Antropológica do Didático (TAD)***

A TAD admite como postulado básico a existência de um modelo único, segundo a qual se pode descrever toda atividade humana que seja regularmente realizada, levando em conta dois aspectos complementares: o aspecto estrutural, descrito em termos de praxeologias, e o aspecto funcional, que pode ser analisado por meio da teoria dos momentos didáticos (CHEVALLARD, 1999).

Esse modelo descreve os tipos de relações existentes numa instituição ao objeto do saber. Um objeto existe se houver uma relação com esse objeto, isto é, se um sujeito ou uma instituição reconhece esse objeto (CHEVALLARD, 1999), constituindo assim a relação pessoal e a relação institucional. E para descrever a relação institucional que restringe a relação pessoal de um sujeito a um objeto do saber, é que Chevallard propôs o modelo da praxeologia.

Segundo afirmam Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 251), “na atividade matemática, como em qualquer outra atividade, existem duas partes que não podem viver uma sem a outra. De um lado estão as tarefas e as técnicas e, de outro, as tecnologias e teorias”, formando assim: um bloco da “prática”, a *práxis*, e um bloco do “saber”, o *logos*, constituindo a praxeologia para descrever a relação institucional que restringe a relação pessoal de um sujeito a um objeto do saber.

Nesse aspecto, Bosch e Chevallard (1999, p. 6) destacam que

A relação institucional com um objeto, em determinada posição institucional, é modelada e remodelada por todas as tarefas que as pessoas que ocupam essa posição devem executar, por técnicas específicas (...) o que levará ao surgimento de sua relação pessoal com o objeto em questão (tradução nossa).

Portanto, a TAD considera que toda atividade humana consiste em realizar uma tarefa  $t$  de um certo tipo  $T$ , por meio de uma técnica  $\tau$ , justificada por uma tecnologia  $\theta$ , que por sua vez é justificada por uma teoria  $\Theta$ , que Chevallard organiza em  $[T/\tau/\theta/\Theta]$  e nomeia de praxeologia ou organização praxeológica, sendo  $[T/\tau]$  o bloco da prática (*práxis*) e  $[\theta/\Theta]$  o bloco saber-fazer (*logos*). Vale destacar que é fundamental definir com precisão os tipos de tarefa ( $T$ ) a fim de evitar que uma dada tarefa ( $t$ ) faça parte de mais de um tipo de tarefa ( $T$ ),



bem como garantir que haja pelo menos uma maneira (técnica  $\tau$ ) de realizar as tarefas pertencentes a determinado tipo de tarefa (T).

A TAD dá um sentido diferente à palavra “didático”, diferente da etimologia, como sendo tudo aquilo que se refere ao estudo. E também redefine a palavra “estudo”, referindo-se à “idéia de fazer qualquer coisa com o fim de aprender qualquer coisa (“saber”) ou de aprender a fazer qualquer coisa (“saber-fazer”)” (CHEVALLARD, 1999).

A *atividade de estudo* é descrita pela teoria dos momentos didáticos, que não ocorrem necessariamente seguindo uma ordem, mas tem a pretensão de oferecer elementos para que sejam criadas situações didáticas adequadas e com novas possibilidades. São eles:

- 1º momento de estudo: primeiro contato com a organização pelos tipos de tarefas T;
- 2º momento de estudo: exploração do tipo de tarefa T e elaboração de uma técnica  $\tau$ ;
- 3º momento de estudo: construção inicial do bloco tecnológico-teórico [ $\theta/\Theta$ ] referente à T;
- 4º momento de estudo: retorno à técnica  $\tau$  para sua melhoria e à tecnologia  $\theta$ ;
- 5º momento de estudo: institucionalização da organização matemática elaborada;
- 6º momento de estudo: avaliação, aproximando-se da institucionalização.

Com essa forma de organização da atividade matemática, Chevallard (1994) questiona sobre do que é feita ou qual a implementação de uma técnica. E faz uma discussão em torno dos objetos ostensivos e não ostensivos que são manipulados durante o trabalho matemático.

Chevallard (*op. cit.*) explica que os objetos ostensivos têm forma material e sensível, como lápis, calculadora, etc., mas também são ostensivos os gestos (ostensivos gestuais), palavras e discurso (ostensivos discursivos ou linguísticos), diagramas, desenhos, gráficos (ostensivos gráficos), escrituras e formalismos (ostensivos das escrituras). A característica principal é a capacidade de ser manipulado, num sentido mais amplo, no sentido estrito, mas também através da voz, do olhar, etc. Já os objetos não ostensivos, a rigor, não podem ser manipulados, apenas evocado através da manipulação de ostensivos a eles associados. São, por exemplo, as noções, conceitos, ideias, etc.

Vamos tomar como exemplo:

$$\int_1^3 (2x + 1)dx = x^2 + x \Big|_1^3 = [(3)^2 + 3] - [(1)^2 + 1] = 12 - 2 = 10$$

A técnica de resolução implementada no exemplo supõe a manipulação de um sistema de ostensivos articulados com não ostensivos, como o conceito de integral e o teorema fundamental do cálculo.

Assim Chevallard considera que: os não ostensivos não podem existir sem os ostensivos, e vice-versa; o signo e conceito são desenvolvidos juntos, logo o papel de um não é menos importante que o outro; e a compreensão de um conceito depende da técnica na qual



esse conceito é colocado em jogo, ou seja, a técnica empregada ativa todo o sistema de objetos não ostensivos e ostensivos.

Portanto, o trabalho matemático envolvido na realização de uma determinada tarefa usando uma técnica específica varia de acordo com o sistema de não ostensivos e ostensivos que essa técnica ativa. Por isso consideramos importante levar em conta esses objetos no ensino atual, construindo um modelo praxeológico que possibilite encontrar novas técnicas associadas a esses objetos.

Nesse sentido, acreditamos que a análise de livros didáticos pode contribuir no entendimento da criação das situações didáticas e as relações institucionais do objeto matemático, em particular do TFC, em uma determinada organização matemática em que os ostensivos e não ostensivos estejam presentes.

## METODOLOGIA

O percurso metodológico foi delineado utilizando o Modelo de Processo de Desenvolvimento de Software Educativo (MPDSE) proposto por Tibúrcio (2016; 2020), em que relacionamos e descrevemos as etapas da investigação com os procedimentos desse modelo e com a análise das dimensões da Engenharia Didático-Informática, como resumimos no Quadro 1.

**Quadro 1: Modelo de processo de desenvolvimento de software educativo (MPDSE), de Tibúrcio (2016; 2020), adaptado ao desenvolvimento da nossa pesquisa experimental.**

ETAPAS DO MPDSE	DIMENSÕES			
	COGNITIVA	DIDÁTICA	EPISTEMOLÓGICA	INFORMÁTICA
DELIMITAÇÃO DO CAMPO	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Qual campo de conhecimentos pretende-se abordar?</li> <li>- Dentro deste campo de conhecimentos delimite conceitos e definições que serão trabalhados e qual o foco que será dado ao conhecimento definido.</li> <li>- Considerando as tipologias de software educacionais existentes (tutoriais, jogos, simuladores, etc.) qual tipo de software pretende-se criar/utilizar e quais são as justificativas para essa escolha?</li> <li>- Existem ambientes que trabalham com o domínio de interesse, quais são os recursos que contribuem para a aprendizagem e o que falta nesses softwares para contemplar as necessidades do domínio?</li> </ul>			
ANÁLISE PRELIMINAR	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Existem indicações na literatura de como o estudante aprende o conhecimento específico?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Qual é o estado atual do ensino do domínio?</li> <li>Quais são as consequências desse ensino?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Quais são os aspectos do conhecimento que podem dificultar a aprendizagem?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Quais as características fundamentais que o ambiente deve conter para atender as necessidades/características que contribuem para o ensino e a aprendizagem do domínio?</li> </ul>
ANÁLISE DE	Levantamento da praxeologia apresentada nos livros didáticos.			



REQUISITOS	
ANÁLISE A PRIORI	Criação do modelo praxeológico de tarefas sob a ótica das dimensões e elaboração de um dispositivo experimental para investigação do uso desse modelo, pelo professor, mediado pelo micromundo.
FASE EXPERIMENTAL	Aplicação do modelo de tarefas com o professor através do micromundo.
ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	Análise do micromundo para o ensino do TFC com o modelo praxeológico de tarefas.

Fonte: A autora (2020).

Nas etapas de Delimitação do Campo e Análise Preliminar, buscamos na literatura elementos que pudessem responder os nossos questionamentos com base nas dimensões cognitiva, didática, epistemológica e informática. Na etapa de Análise de Requisitos buscamos nos aprofundar na análise das praxeologias em torno dos objetos matemáticos envolvidos no ensino do Teorema Fundamental, por meio dos livros didáticos que são fontes do saber a ensinar e ensinado nas instituições de referência. Essa etapa servirá de base para a construção do modelo praxeológico para análise do micromundo na etapa de Análise a Priori e, posteriormente, utilizado na Fase Experimental. A etapa de Análise a Posteriori e Validação permitirá fazer a análise do micromundo, utilizando o modelo praxeológico de referência à luz das teorias e da literatura consultada.

Nas seções seguintes apresentaremos sucintamente os resultados das etapas da Delimitação do Campo e Análise Preliminar.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

As análises das pesquisas encontradas na literatura, realizadas sob a ótica dos conceitos teóricos, forneceram o embasamento para a categorização dos resultados.

### ***Delimitação do Campo***

Como evidenciamos, o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) constitui o campo de conhecimentos de nossa pesquisa. E o seu *habitat*, definido por Chevallard (1994) como o lugar onde vive o objeto do saber, é o Cálculo Diferencial e Integral, possuindo grande relevância pelo estabelecimento de uma relação através dos processos de integração e derivação.



O processo de integração já era conhecido pelos matemáticos gregos da antiguidade, onde se calculavam áreas e volumes usando um processo de aproximação que ficou conhecido como *Método da exaustão*. Por outro lado, as ideias básicas do processo de derivação já apareciam no século XIV e está ligado ao problema de se determinar a reta tangente a uma curva em um ponto. Em nossa tese fazemos uma breve abordagem sobre o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral, destacando as contribuições históricas para o surgimento do Teorema Fundamental.

Devido ao restrito espaço neste artigo, não iremos discutir aqui os aspectos históricos, mas destacamos que eles contribuíram em nossa compreensão sobre como os conceitos de integral, derivada, variação, acumulação, continuidade e função foram sendo construídos pelos matemáticos e como eles vem sendo abordados nas situações de ensino do TFC. Nesse âmbito, buscamos conhecer os tipos de software educativo disponíveis para o ensino de Cálculo e, dadas as especificidades relativas à aprendizagem do objeto visado, consideramos que o *Micromundo* permite abordar e resolver problemas de distintas classes, possibilitando a interação dinâmica entre os sujeitos e os objetos matemáticos por meio de suas ferramentas de construção, dinamismo, visualização e validação.

Esse tipo de software educativo (SE) foi apresentado pela primeira vez por Seymour Papert, em 1972, com o micromundo da Geometria da Tartaruga da programação *Logo*, sendo que vários autores vem utilizando dessa ideia e ampliando as suas concepções.

Inicialmente, nos questionamos se os softwares educativos disponíveis oferecem funcionalidades como de um micromundo, que sejam eficazes para a resolução de tarefas modeladas de Cálculo, dada a extensa dimensão de conteúdos, áreas de aplicação e distintos usuários referentes a esse campo do conhecimento. Com as pesquisas que analisamos, identificamos como recursos de software que contribuem para a aprendizagem do TFC: representação e mudança de representação, construção de conceitos, construção de registros algébrico e gráfico, manipulação dinâmica e interativa e visualização.

### ***Análise Preliminar***

Através de uma busca na literatura sobre as pesquisas que discutiam sobre o ensino e a aprendizagem do TFC, fizemos uma análise preliminar sob a ótica das dimensões didática, cognitiva, epistemológica e informática do MPDSE, que resumimos no Quadro 2.



**Quadro 2: Resultados da Análise Preliminar**

DIMENSÃO COGNITIVA	Representação, visualização, mudança entre diferentes representações, abstração, generalização, síntese, intuição, descoberta, definição, validação (ANDERSEN, 2007).
	Resolução de tarefas com interações entre os componentes algorítmico, formal e intuitivo em conjunto com a visualização (GRANDE, 2013).
DIMENSÃO DIDÁTICA	Conteúdo como pronto e acabado; método de ensino baseado no modelo exposição teórica-exemplos-exercícios; prejuízos no entendimento dos conceitos e exploração de atividades de elaboração de hipóteses e conjecturas (ANDERSEN, 2007).
	Não se dá um tratamento da relação mútua entre as operações de integração e derivação nas atividades dos professores ou nos livros didáticos; escassez da utilização do registro gráfico em sua abordagem; incompreensão do resultado do teorema pelos estudantes (GRANDE, 2013)
	Livros didáticos de Cálculo não discutem explicitamente a inter-relação entre derivada e integral; Dificuldades de aprendizagem dos conceitos; necessidade de mobilização e tratamento, em uma atividade, de pelo menos dois registros de representação. (CAMPOS, 2007).
	Os professores consideram importante a coordenação simultânea dos registros de representação, mas não costumam propor esse tipo de atividade aos alunos; Dificuldades na interpretação da relação entre derivada e integral (PICONE, 2007).
	O TFC é utilizado como ferramenta para resolução de problemas; utilização excessiva da representação algébrica e técnicas memorizáveis como derivação e integração; o emprego de imagens gráficas é utilizado apenas para ilustrar conceitos; dificuldades em solucionar problemas relacionados à visualização; dificuldades na apresentação de gráficos estáticos (SEGADAS, 1998).
DIMENSÃO INFORMÁTICA	Visualização, representação e mudança entre diferentes representações; favorecer a mobilização dos processos de intuição, descoberta e validação (ANDERSEN, 2007).
	Visualização no ensino e aprendizagem do Cálculo e sua relação com a intuição e o rigor; desenvolvimento ou manifestação das intuições a partir das explorações ou representações proporcionadas pela atividade com o software; criação de modelo para uma situação-problema, permitindo aos alunos acessar, interagir, manipular, possibilitando a exploração de cognições; permitiu a visualização e concretização dos conceitos envolvidos e que os componentes intuitivo, algorítmico e formal fossem inter-relacionados e confrontados (GRANDE, 2013).
	Explorar o registro gráfico na construção dos conceitos e contrapor em seguida com o registro algébrico; visualização geométrica; Coordenação simultânea dos registros envolvidos. (PICONE, 2007).
DIMENSÃO EPISTEMOLÓGICA	Dificuldades em distinguir as funções derivada $f$ e primitiva $F$ ; alguns alunos não percebem a necessidade de a função $f$ ser contínua. (ANDERSEN, 2007)
	Dificuldade de associar os gráficos de uma função ao de sua primitiva. (GRANDE, 2013).
	Dificuldades na compreensão do TFC relativas à mobilização incompleta, ou parcial, das noções de derivada, integral e continuidade; os estudantes tendem a não focar atenção aos aspectos conceituais do teorema, apenas memorizando o algoritmo; dificuldades na visualização e interpretação geométrica das operações (ANACLETO, 2007).
	Dificuldade na conexão entre as representações gráfica e analítica de uma função; Dificuldades na compreensão e resolução de questões de TFC, integração e diferenciação de uma função, continuidade e diferenciabilidade, ligadas à compreensão e à representação gráfica da função $F(x) = \int f(t) dt$ e o significado das variáveis $x$ e $t$ (SEGADAS, 1998).

Fonte: A autora (2020).



## *Análise de Requisitos*

Até a data de submissão deste artigo nos encontramos nesta etapa de Análise de Requisitos, segundo o MPDSE. Na Engenharia Didática, ela corresponde à análise do campo de circunscritores, constituinte da etapa de Análises Prévias (ARTIGUE, 1996, p. 198). Com base na Engenharia de Requisitos, consideramos os circunscritores sendo tipos de requisitos relacionados ao campo de domínio de conhecimentos e às atividades de uso. O primeiro foi discutido nas etapas de Delimitação do Campo e Análise Preliminar, enquanto que as atividades de uso serão nesta etapa de Análise de Requisitos, em termo de praxeologias.

Como descrito no Quadro 1, esta parte consiste no levantamento da praxeologia apresentada nos livros didáticos (LD). Ele é o principal elemento institucional utilizado pelo professor, que revela o corpo de conhecimentos e suas escolhas para o ensino, explicitando a organização praxeológica em torno dos objetos do saber.

Para a escolha dos livros, buscamos nos programas curriculares de algumas instituições de ensino superior a indicação da referência bibliográfica da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e, dentre os mais citados, selecionamos três que possuíam abordagens diferentes e que pudessem nos permitir identificar diferentes praxeologias.

Para essa análise, utilizamos o modelo de estruturas organizacionais proposto por Henriques, Nagamine e Nagamine (2012), com as noções global, regional e local dos objetos de saberes, e consideramos os critérios apresentados por Chevallard (1999) quanto aos tipos de tarefas (critérios de identificação, razão de ser e relevância), quanto aos tipos de técnicas e quanto ao bloco teórico-tecnológico.

As três obras escolhidas são:

- LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com Geometria Analítica**. Tradução Cyro de Carvalho Patarra. 3. ed. v. I. São Paulo: HARBRA, 1994.
- THOMAS, George. B. Jr. **Cálculo**. Tradução Thelma Guimarães e Leila Maria Vasconcellos Figueiredo. 11. ed. v. 1. São Paulo: Addison-Wesley/Pearson, 2009.
- STEWART, James. **Cálculo**. Tradução EZ2Translate. 6. ed. v. I. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

Os resultados parciais não serão apresentados aqui devido à limitação do espaço, mas destacamos que esta etapa é primordial para determinar o modelo dominante presente nas instituições de ensino e construir o Modelo Praxeológico de Referência que servirá de base para a análise do micromundo. Posteriormente, confrontaremos estes resultados com a produção dos dados obtidos na etapa da Fase experimental.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conhecimento sobre as dificuldades de compreensão dos conceitos envolvidos no Teorema Fundamental do Cálculo pelos alunos, reveladas nas pesquisas, nos motivou a investigar sobre as praxeologias existentes nas instituições e como ocorrem as relações com esse objeto do saber quando o ambiente tecnológico é colocado em jogo.

A análise do livro didático revela o processo de transposição didática, discutido por Chevallard (1985), permitindo questionar o *saber a ensinar* e sendo a fonte do *saber ensinado*. E para desenvolver as situações didáticas, o professor consulta essa fonte, constrói os materiais e escolhe os recursos para mediar o ensino e, considerando a escolha de um software educativo, fará a transposição informática, como dimensionado na EDI.

Portanto, a criação do modelo praxeológico sob a ótica das dimensões epistemológica, cognitiva, didática e informática e a análise da sua aplicação poderá fornecer as respostas para os nossos questionamentos e permitir a elicitación de requisitos necessários ao desenvolvimento de outros micromundos para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, e em particular, relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral.

## REFERÊNCIAS

- ANACLETO, G. M. C. **Uma investigação sobre a aprendizagem do Teorema Fundamental do Cálculo**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- ANDERSEN, E. **As ideias centrais do teorema fundamental do cálculo mobilizadas por alunos de licenciatura em matemática**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.
- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4, p. 193 -217.
- BELLEMAIN, F. **O Paradigma Micromundo**. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA HTEM, 2002, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: UFRJ, 2002, p. 51-63.
- BELLEMAIN, F.; RAMOS, C. S.; TIBÚRCIO, R S. **Engenharia de software educativos, o caso do bingo dos racionais**. In: VI SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 2015, Goiás. Anais... Goiás: SBEM, 2015.
- BORBA, M. C. **Softwares e internet na sala de aula de Matemática**. X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.
- BOSH, M.; CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs**. Objet d'étude et problématique. Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble: La Pensé Sauvage-Éditions, v. 19, n. 1, p. 77 – 124, 1999.



CAMPOS, R. P. **A abordagem do Teorema Fundamental do Cálculo em livros didáticos e os registros de representação semiótica.** 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné /** Yves Chevallard. La Pensée Sauvage. Grenoble, 1985. 126 p.

CHEVALLARD, Y. Les processus de transposition didactique et leur theorization. *Dans:* G. ARSAC et al. **La transposition didactique à lépreuve.** La Pensée Sauvage. Grenoble, 1994, p. 135-180.

CHEVALLARD, Y. **L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique.** Recherches en Didactique des Mathématiques 19(2) 221–266, 1999.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

GRANDE, A. L. **Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao seu ensino.** 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

HENRIQUES, A.; NAGAMINE, A.; NAGAMINE, C. M. L. **Reflexões Sobre Análise Institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas.** BOLEMA, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, p.1261-1288, dez. 2012.

PICONE, D. F. B. **Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do teorema fundamental do Cálculo.** 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática.** Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.

SEGADAS, C. **Students' understanding of the fundamental theorem of calculus: an exploration of definitions, theorems and visual imagery,** Ph. D. Thesis, University of London, 1998.

TIBÚRCIO, R. S. **Processo de Desenvolvimento de Software Educativo: um estudo da prototipação de um software para o ensino de função.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

TIBÚRCIO, R. S. **A Engenharia Didático-Informática: uma metodologia para a produção de software educativo.** 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.