



## ANÁLISE DO USO DE RECURSO DIDÁTICO APLICADO EM PROBABILIDADE COM EVENTOS INDEPENDENTES.

Hidelmarcos Xavier Rodrigues Silva <sup>1</sup>  
George Botelho Cabral Júnior<sup>2</sup>  
Willamy Francelino de Oliveira <sup>3</sup>  
Verônica Gitirana <sup>4</sup>

### RESUMO

O estudo em questão é fruto de uma pesquisa iniciada na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática IV do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) que teve como objetivo analisar o quanto o recurso didático pode ajudar alunos do 3º ano do Ensino Médio a resolverem questões de probabilidade simples, condicionada e eventos independentes. Para essa análise foi elaborado um questionário contendo três questões, dentre elas a de eventos independentes (objeto de nosso estudo). O questionário foi aplicado com seis alunos do 3º ano de uma escola estadual no Recife, os alunos tiveram a oportunidade de resolver questões com/sem uso do recurso didático. Através do mesmo, foi notado que o recurso pode auxiliar na solução do problema desde que o aluno tenha uma breve noção de probabilidade simples.

**Palavras-chave:** Eventos independentes, Recurso didático, Probabilidade.

### INTRODUÇÃO

O presente estudo é fruto de uma pesquisa colaborativa realizada de forma conjunta entre o docente e discentes da disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática IV do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

A pesquisa teve como objetivo analisar e mapear as estratégias utilizadas por alunos do 6º ano e 9º ano do ensino fundamental, 3º ano do Ensino Médio e pessoas não escolarizadas para solucionar problemas envolvendo probabilidade com eventos independentes com o uso de recursos didáticos, verificando, desta forma, a influência destes últimos na solução dos problemas.

---

<sup>1</sup> Graduando do Curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, [hidelmarcosxavier@gmail.com](mailto:hidelmarcosxavier@gmail.com);

<sup>2</sup> Graduando do Curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, [gm2308@hotmail.com](mailto:gm2308@hotmail.com);

<sup>3</sup> Graduado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Pós-Graduado em Tópicos Especiais em Matemática pela Faculdade Dom Alberto, [willamyufpe@gmail.com](mailto:willamyufpe@gmail.com);

<sup>4</sup> Professor(a) orientador(a): Pós-doutora pelo Instituto Francês de Educação IFE do ENS-Lyon. Professora Associado IV da Universidade Federal de Pernambuco- UFPE, [veronica.gitirana@gmail.com](mailto:veronica.gitirana@gmail.com).



Para tal, foram formuladas 3 (três) questões envolvendo probabilidade simples, probabilidade condicional e probabilidade com eventos independentes e averiguado até que ponto o uso do recurso didático ajudou os alunos a acertar estas questões.

No estudo da probabilidade não é tão razoável estabelecer parâmetros e discussões do ponto de vista do erro do aluno ao estudar esse conteúdo. Existe todo um estudo por traz que mostra onde cada dificuldade (obstáculo didático) se apresenta ao aluno quando se depararem com diferentes situações.

O aluno vem no processo de construção dos conteúdos do seu ensino mais básico onde a maioria dos tópicos se apresentam com o “rigor e certeza matemática” e quando se depara com a probabilidade o aluno tem um certo choque pois nela o “improvável” se faz presente o tempo todo. Não mais podemos cravar respostas e resultados, temos apenas um controle diante de seus possíveis resultados.

O uso dos recursos didáticos no ensino de probabilidade é frequente em sala de aula e, na maioria dos casos, passa despercebido pelo aluno e professor, se faz o uso indiretamente desses recursos, como por exemplo o dado de 6 faces e a moeda com duas faces. Na maioria das vezes esses recursos são apresentados sem as devidas explicações e para o aluno ao estudar probabilidade fica subentendido que eles já fazem parte do conteúdo de probabilidade.

Neste artigo, são apresentadas as conclusões verificadas para os alunos do 3º ano do Ensino Médio para uma questão em especial, que envolve probabilidade com eventos independentes, objeto de estudo de nosso grupo.

A fim de facilitar a compreensão dos conteúdos presentes neste artigo, o mesmo está estruturado em 5 (cinco) diferentes tópicos, a saber:

o capítulo 1 consiste em uma INTRODUÇÃO, na qual é enunciado o objetivo da pesquisa bem como discutida a sua importância; o capítulo 2, denominado FUNDAMENTAÇÃO, é destinado a discutir os conceitos centrais da pesquisa onde são postos em diálogo estudos anteriores acerca da temática ; no capítulo 3 é indicada a METODOLOGIA DE PESQUISA necessária à obtenção dos seus resultados; o capítulo 4 trata sobre a ANÁLISE DOS RESULTADOS; o capítulo 5, em que são pontuadas as principais CONCLUSÕES constatadas ao longo da pesquisa.



## METODOLOGIA

Para o desenvolvimento desta pesquisa, foram formuladas, em primeiro momento, três questões envolvendo probabilidade simples, probabilidade condicional e probabilidade com eventos independentes. Neste teste, também foram solicitados aos alunos identificação, série e idade, além de um questionamento se os mesmos já haviam estudado probabilidade anteriormente.

Estas questões foram listadas em forma de teste e entregues a alunos de diferentes níveis de ensino: 6º e 9º ano do Ensino Fundamental, 3º Ano do Ensino Médio e pessoas não escolarizadas. A aplicação da lista seguiu sem hora prevista de término junto a um recurso disponibilizado para cada questão. Para a questão que envolvia probabilidade com eventos independentes, a que se trata este artigo, o recurso disponibilizado foi uma urna com bolas.

Após aplicação do teste, as respostas foram computadas em uma planilha no Gdrive, contendo perguntas relativas à utilização dos recursos no desenvolvimento das respostas e aos demais itens integrantes da lista.

Por fim, foram coletados os dados referentes à questão que envolve probabilidade com eventos independentes para um total de 12 alunos do 3º ano do ensino médio, onde foi feita uma análise estatística.

Para alunos menores de idade, foi solicitado o preenchimento de um termo de consentimento dos pais autorizando a participação de cada aluno e a utilização das suas respostas para emprego nesta pesquisa. A identidade dos alunos foi preservada de qualquer possível identificação.

A síntese dos procedimentos metodológicos adotados para realização da pesquisa pode ser observada na Figura 1.

Figura 1: procedimentos metodológicos.



Fonte: elaborado pelos autores.



## REFERENCIAL TEÓRICO

Consideramos como recurso didático o que diz Adler (2000a), ela argumenta que os recursos para a matemática vão além do material básico e recursos humanos, e passa a incluir recursos matemáticos, culturais e sociais. Então, aqui consideramos que até os próprios conhecimentos matemáticos dos sujeitos são recursos. Abaixo, mostraremos um quadro mostrando categorização de Recursos no Ensino de Matemática, segundo Adler (2000a) exposta por Monteiro (2016):

Quadro 1: categorização de recursos no ensino de matemática.

Categorização de Recursos no Ensino de Matemática	
Tipos	Subtipos (exemplos)
MATERIAL	• <b>Tecnologias</b> (quadro, giz, computadores)
	• <b>Materiais matemáticos escolares</b> (livros didáticos e cartazes)
	• <b>Objetos matemáticos</b> (representações geométricas, linhas numéricas, teoremas, planos cartesianos)
	• <b>Objetos do dia-a-dia</b> (dinheiro, estórias, calculadoras)
HUMANO	• <b>Pessoa</b> (professor)
	• <b>Processo</b> (qualificação do professor)
CULTURAL	• <b>Linguagem</b> (língua falada e escrita usada durante o ensino, gestos)
	• <b>Tempo</b> (calendário escolar, tempo de aula, horário, proposição de tarefas de casa.

Fonte: Adler (2000a)

Paul L. Meyer no livro Probabilidade - Aplicações à Estatística define o que são eventos independentes da seguinte forma:

“Definição: A e B serão eventos independentes se, e somente se,

$P(AB)=P(A)P(B)$ .” (MEYER, 1965, p. 53).

Dito em outras palavras, a probabilidade de um evento A ocorrer não é influenciada pela ocorrência de um evento B.



Uma outra definição para probabilidade com eventos independentes é: consideramos dois eventos como independentes se dado um espaço amostral qualquer, se dele tirarmos dois eventos e se eles forem independentes, então a sua probabilidade será calculada separadamente. Onde é apresentada outra fórmula que pode ser representada como:  $P(B|A) = P(B)$  e  $P(B|A) = P(A)$ .

Santos (2013) trouxe uma proposta de trabalhar o ensino da probabilidade através de recursos didáticos no qual ele utilizou um jogo chamado “batalha naval” jogado por duas pessoas e que é bem conhecido popularmente e tem diversas versões. Para o autor o processo de aprendizado pode ser obtido com representação de problemas do cotidiano, ele ressalta também a educação problematizadora. O uso desse jogo servirá para introduzir o conceito de probabilidade simples e funcionou da seguinte forma: cada jogador fica em uma posição inicial e tem outras 10 possíveis posições a serem preenchidas e uma vez já utilizada não pode ter outro jogador, ou seja o primeiro a jogar teria 10 possibilidades de ocupar uma posição e vence o jogo quem conseguir 3 posições consecutivas preenchidas. Após a aplicação do jogo o autor levantou alguns questionamentos/desafios, como por exemplo “qual a probabilidade de um jogador, no primeiro tiro, acertar um alvo?” nesse momento pode ser trabalhado os conceitos de espaço amostral e evento. O segundo problema seria: “qual probabilidade de um jogador, no primeiro tiro, não acertar um alvo?” através desse problema seria apresentado ao aluno o conceito de evento complementar.

O trabalho feito por Souza (2015) foi pautado em uma proposta do estudo da probabilidade por meio de resoluções de questões e através de jogos, a aplicação foi realizada em uma turma do 3º ano do curso Técnico de Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, da cidade de Cajazeiras-PB. Essa atividade foi dividida em 4 momentos, no primeiro momento o professor trabalhou alguns conceitos de probabilidade e em seguida foi realizado um questionamento aos alunos a respeito do ensino de probabilidade. Em um segundo momento os alunos responderam alguns problemas relacionados ao assunto utilizando o método de resoluções de problemas Heurísticos de Polya (2006), que é um método de descobrir a solução de alguns problemas sem fazer o uso de fórmulas prontas. No terceiro momento os alunos tiveram contato com jogos referente ao conteúdo, e depois um pequeno questionário sobre as concepções que eles construíram na utilização do jogo. No último momento foi feito por partes dos pesquisadores uma avaliação de percentualidade de problemas envolvendo probabilidade nas provas da OBMEP e ENEM. Por fim, Souza (2015)



destaca que esse tipo de atividade é importante pois, mostra ao aluno que ele pode analisar/pensar o problema sem tomar um referencial através das fórmulas que em alguns casos restringem o campo das ideias dos alunos.

Essas metodologias citadas acima fazem parte de um processo que nos ajuda a desconstruir um pouco a nossa visão enquanto futuros professores de matemática visto que em grande parte de nossa graduação trabalhamos pouquíssimas vezes com atividades que saísse da aula tradicional (explicação + exercícios), minimizando a nossa capacidade de criação/construam de novos conceitos. Devemos dispor de novos recursos em sala de aula, não só estabelecer uma única vertente como forma de ensino, mas várias, pois o conjunto de todas são necessárias para a formação, se faz necessário estarmos acompanhando e modificando o processo de ensino - aprendizagem do aluno, adequando-o o seu uso ao interesse da turma.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

No quadro abaixo, mostraremos os dados referentes às respostas dos alunos, se acertaram ou não, e se usaram ou não o recurso disponibilizado:

Quadro 2: percentual do uso do recurso didático e acerto.

4 c Correção	4c Fez uso		Total geral
	Não	SIM	
Em branco	16,67%		16,67%
parcialmente		16,67%	16,67%
SIM	33,33%	33,33%	66,67%
<b>Total geral</b>	<b>50,00%</b>	<b>50,00%</b>	<b>100,00%</b>

Fonte: elaborado pelos autores.

Descrição das estratégias dos sujeitos:

*Aluno 1: (Utilizou recurso) Ele utilizou o recurso para entender a situação de "retirar a bola e repor". Mas não foi determinante na resolução. Ele apenas disse que não mudaria nada em relação aos itens a e b. (Acertou)*



*Aluno 2: Não fez uso. (Deixou em branco)*

*Aluno 3: (Utilizou recurso) realizando o experimento. Realizar o experimento e observar o novo espaço amostral. (Acertou)*

*Aluno 4: Não fez uso. Probabilidade da parte pelo todo. (Acertou)*

*Aluno 5: (Utilizou recurso) dividiu o número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, primeiro. (Acertou)*

*Aluno 6: Não fez uso. ela fez a junção das duas primeiras respostas e respondeu 35% e 65%, respectivamente. (Acertou)*

Análise dos dados:

A estratégia usada pelo aluno 1 demonstra que ele usou o recurso para entender a situação de retirar e repor a bola, e partir desse experimento, ele percebe que a probabilidade da primeira bola retirada ser branca não influencia na probabilidade da segunda bola retirada ser laranja. O aluno 1 justifica “Não muda nada em relação aos itens a) e b)”.

O mesmo ocorre para os alunos 2 e 3, em que os mesmos realizaram o experimento de tirar e repor a bola, e partir disso, observaram o novo espaço amostral.

Dos 12 alunos do terceiro ano que responderam a 3ª questão do teste, foi disponibilizado recurso apenas para 6 deles. Dentre esses 6 estudantes que tiveram os recursos disponibilizados, 83,33% acertaram o item c), sendo que, 50% utilizou o recurso e 33,33% não utilizaram.

Podemos inferir que apesar do recurso didático ter sido disponibilizado para esses estudantes, se faz necessário um breve entendimento de probabilidade para resolver a questão e que a eficiência/facilidade que o recurso didático pode oferecer passará concomitantemente pela capacidade do sujeito de mobilizar seus conhecimentos e “aplicar” no recurso didático.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A partir dos dados expostos e das estratégias utilizadas pelos alunos, observamos que, de fato, os recursos auxiliam os estudantes a resolverem problemas de probabilidade com eventos independentes, pois ao utilizarem os recursos, os estudantes, além de compreender a



situação, também percebem que não existe alteração no espaço amostral, então os eventos são independentes.

Por outro lado, se os alunos não têm noção de probabilidade o recurso didático pode não ser compreendido e com isso não terá uma ajuda significativa para resolução do problema, uma vez que, o aluno não compreende o conceito/definição por trás do conteúdo trabalhado.

Por fim, é de extrema importância o uso do recurso didático para resolver problemas de probabilidade aliado ao bom entendimento do conteúdo. Melhorando e dando significado a construção de resultado do aluno, podendo fazer então a conexão da teoria trabalhada em sala de aula com a prática ao fazer os experimentos/testes através da utilização do recurso.

## REFERÊNCIAS

ADLER, Jill. Conceptualising resources as a theme for teacher Education. *Journal for Mathematics Teacher Education*, v.3, n. 3, p. 205-224, 2000a.

MONTEIRO, C. E. F.; Recursos no ensino e aprendizagem de matemática em contextos de educação do campo. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 2016.

MEYER, P. L. ; livro Probabilidade - Aplicações, 2º edição 1965.

RAMOS, Danielle de Miranda. "Probabilidade condicional"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/probabilidade-condicional.htm>. Acesso em 26 de junho de 2019.

SANTOS, F. B. B. Práticas de ensino – aprendizagem de probabilidade através do jogo Batalha Naval. *EMR-RS - ANO 14 - 2013 - número 14 – v.1 – pp. 21 a 28*

SOUZA, J. J.; VIDAL, F. A.. Uma proposta de ensino da probabilidade a partir do método de resolução de problemas e da ludicidade em sala de aula. *Anais do II Congresso Nacional de Educação (CONEDU)*, 2015.