II CONAPESC
II CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA E ENSINO EM CIÊNCIAS
TEMA FORMAÇÃO PARA O ENSINO E A PESQUISA EM CIÊNCIAS: SABERES MULTIDISCIPLINARES

OTIMIZAÇÃO COMPUTACIONAL: ANÁLISE COMPARATIVA DE PERFORMANCE ENTRE UM MÉTODO QUADRÁTICO E UM MÉTODO CÔNICO.

Bruno Vinícius de Menezes Barros1; Hicaro Sales de Oliveira Torres2;
Camilla Henrique de Araujo3; Luã Pedro Rodrigues Gouveia4.
1 UFPB, brunoviniciusbarros@yahoo.com.br; 2 UFCG, hicarotorres@hotmail.com;
3 UFPB, camilla.h.araujo@gmail.com; 4 UFCG, luanpedrorg@hotmail.com.

Introdução

Este trabalho tem como objetivo estudar dois métodos de otimização, o Método Quase-Newton de Broyden e o Método Cônico, apresentando os algoritmos correspondentes e suas aplicabilidades e, então, compará-los a partir da resolução computacional de alguns problemas teste. É sabido que o método de Newton necessita da ordem de $O(n^2)$ cálculos de funções e $O(n^3)$ operações aritméticas em cada iteração [1]. Broyden buscou reduzir a carga computacional, desenvolvendo um método para aproximar matrizes Jacobianas. O método de Broyden carrega n cálculos de funções por iteração. O cálculo da aproximação das derivadas segundas inicia-se com a suposição que qualquer matriz que satisfaça a equação de Newton é uma boa candidata à matriz de Broyden. Entretanto, desejamos escolher entre todas as matrizes que satisfaça a equação de Newton, a mais próxima à de Broyden [2]. Apesar do dito, mesmo com a versatilidade do método quase-Newton, frente ao de Newton, uma função quadrática não possui graus de liberdade suficientes para incorporar todas as informações da função objetivo no processo iterativo. Assim, esse processo iterativo frequentemente permite predizer fracamente o minimizador, especialmente para aquelas funções com comportamento não quadrático forte ou com mudanças de curvatura severas. Davison [3] propôs uma nova classe de algoritmos que podem interpolar importantes informações sobre funções e gradientes. Tal modelo de função é mais geral que as quadráticas. Este novo modelo é chamado de modelo Cônico. Uma função suave é dita cônica se ela é razão de uma função quadrática pelo quadrado de uma função afim. O novo algoritmo é chamado algoritmo cônico ou algoritmo de escalamento colinear. De fato, um ingrediente essencial de um modelo cônico é para a construção de um escalamento colinear. Soresen [4] derivou as equações de Newton generalizadas que o método do modelo cônico satisfaz e desenvolveu um algoritmo BFGS para um escalamento colinear. Isto é, para o desenvolvimento de equações quase-Newton com base no modelo cônico, desejamos realizar a atualização do escalamento colinear e do modelo quadrático local da nova função escalada. Diante do que foi exposto, implementamos os algoritmos correspondentes aos métodos de otimização em estudo e os comparamos em uma análise de performance computacional.

Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida através de um estudo dirigido, constando de livros e artigos. Foram estudados o método de Broyden e um método Cônico, suas propriedades e as equações generalizadas cônicas, além da implementação computacional dos algoritmos no programa Matlab®. Os problemas teste foram retirados do artigo “Testing Unconstrained Optimization Solftware” de Jorge Moré Et.al [5]. Implementamos o algoritmo para problemas de otimização irrestrita e comparamos os resultados com àqueles derivados dos métodos cônicos.

Resultados e discussão

Testamos as seguintes funções e construímos as seguintes análises:
Extended Rosenbrock function: o método quase-Newton se mostra mais eficiente.
Extended Powell singular function: o método quase-Newton se mostra mais eficiente.
Variably dimensioned function: o método Cônico se mostra mais eficiente.
Trigonometric function: o método Cônico se mostra mais eficiente.
Discrete boundary value function: o método Cônico se mostra mais eficiente.
Broyden tridiagonal function: o método Cônico se mostra mais eficiente.
Linear function-full rank: o método quase-Newton se mostra mais eficiente.
Em todos os testes utilizamos uma aproximação simétrica para a matriz Hessiana e obtivemos o passo de incrementação resolvendo o problema linear aproximante. Em alguns casos observamos que o método quase-Newton foi ligeiramente mais eficiente que o método cônico. Este último demonstra necessidade de cuidados técnicos na sua implementação para que fique melhor definido e possivelmente apresente resultados mais atrativos. Observa-se que quando a Hessiana é mal escalada, ou próxima de ser singular, o método apresenta algumas dificuldades, entre elas a possibilidade de divisão por zero. Faz-se então necessário trabalhar com regiões de confiança, utilizando matrizes de escalamento para melhorar o condicionamento do sistema que gera o passo e as condições que definem o método cônico.

Conclusões

Percebemos que o método cônico pode ser utilizado em problemas de otimização não linear. Em alguns casos ele é até mais eficiente que o método quase-Newton. Entretanto, fica claro que a Hessiana mal escalada, ou próxima de ser singular, faz com que o método apresente algumas dificuldades. Concluímos também que nesses casos há necessidade de se trabalhar com regiões de confiança, utilizando matrizes de escalamento. Acreditamos que a implementação dos algoritmos ainda não é a ideal, pois os resultados obtidos, apesar de satisfatórios, já que resolvem os problemas de otimização, podem ser melhorados. Por fim, fica claro que os métodos estudados, quando bem empregados, fornecem uma boa aproximação do problema de otimização real.

Palavras-Chave: minimização; método quase-Newton de Broyden; método Cônico.

Referências

[1]FRIEDLANDER, A. Elementos de programação Não-linear. Editora Unicamp, Campinas, 1994.
[2]SUN, WENYU; YUAN, YA-XIANG. Optimization Theory And Methods, Nonlinear Programming. Nanjing Normal University And Chinese Academy of Science, China, 2006.
[3]DAVIDON, WILLIAM C. A Conic Approximations And Collinear Scalings For Optimizers, SIAM J. Numer. Anal. Vol. 17. No. 2, April 1980.
[4]SORESEN, D. The Q-Superlinear convergence of a collinear scaling algorithm for unsconstrained optimization. SIAM J. Numer. Anal. 17, pp. 88-114. 1980.
[5]MORÉ, JORGE J.; GARBOW, BURTON S; HILLSTROM, KENNETH E. Testing Unconstrained Optimization Software. Journal ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS). Vol.7. Issue 1. March 1981. Pages 17-41.