

INVESTIGANDO A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA: UTILIZANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS

Autor: Ricardo Araújo da Silva¹

Coautor: Kátia Maria de Medeiros²

Universidade Estadual da Paraíba; UEPB – araujo.ricardo282@gmail.com; ¹Aluno do Projeto OBEDUC/CAPES CCT/Dep. de Matemática – Licenciatura em Matemática

Universidade Estadual da Paraíba; UEPB – katiariamamedeiros@gmail.com; ²Coordenadora do Projeto OBEDUC/CAPES - CCT/Dep. de Matemática– Licenciatura em Matemática - PPGECM

Resumo: Este trabalho é parte de um projeto de pesquisa concluída com um estudo de caso de uma turma, na qual se destacam as tarefas de seis grupos de alunos e, em especial, o acompanhamento de um mesmo grupo de quatro alunos durante todo o projeto. A nossa proposta, com essa pesquisa, foi a de explorar materiais manipuláveis na formulação e resolução de problemas matemáticos, analisando como os alunos do Ensino Fundamental, em uma turma do 6º Ano, concebem, formulam e resolvem problemas matemáticos a partir dos materiais: *Ábaco, Material Dourado, Geoplano, Material Cuisinaire* e o *Estoque de Peças de Frações da Experimentoteca da USP*. Utilizamos entrevistas semi-estruturadas com os alunos e a professora da turma, posteriormente, ocorreram cinco sessões de formulação e resolução de problemas matemáticos a partir dos referidos materiais manipuláveis. Reflexões sobre a prática foram realizadas pelo pesquisador em algumas sessões, a fim de ajudar na compreensão sobre como os alunos se relacionam. Os resultados mostram que os alunos formulam problemas abertos, utilizam conteúdos matemáticos em que apresentavam dificuldades anteriormente, como Porcentagem, Frações, Área e Perímetro. Além de tais atividades potencializarem a utilização dos diversos materiais manipuláveis como elos entre a realidade e as ideias matemáticas.

Palavras - Chaves: Formulação e Resolução de problemas matemáticos, Materiais Manipuláveis, SAEB.

INTRODUÇÃO

Como sabemos, nas aulas de Matemática, a predominância é da aula tradicional e recheada de exercícios, devido ao professor de Matemática considerar que o aluno aprende por reprodução (MEDEIROS, 2001). Além de explorar a resolução de problemas matemáticos, abordamos a formulação de problemas matemáticos, como uma alternativa

pouco explorada no Brasil, principalmente, na sala de aula. Ao também explorar os materiais manipuláveis, esperamos potencializar as possibilidades didáticas da metodologia proposta, e

perceber a construção do conhecimento a partir da ligação entre a realidade e as abstrações matemáticas.

Todo esse estudo vem continuar também a busca pela compreensão das concepções do aluno e dos professor. As concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva, agem como “filtro” ora positivo e ora negativo. A Matemática suscita medos e admirações, pelo seu papel seletor na sociedade, influenciando o processo ensino/aprendizagem (PONTE, 1992). O mesmo autor ainda afirma que, estreitamente ligadas às concepções, estão as práticas. O conhecimento de parte do que os alunos pensam, poderá ajudar o professor no ensino e, desse modo, segundo Santos (2009), entender mais o que pensa e como pensa cada indivíduo, e ter mais elementos para, como professor, conseguir modificar o ensino.

Já ao propor aos alunos que formulem problemas, o professor está a criar uma nova regra de contrato didático, que traz implícita a necessidade de o aluno ser um produtor de textos (MEDEIROS & SANTOS, 2007). Neste caso o texto é o problema matemático. O problema matemático precisa ser desafiador para o aluno (MEDEIROS, 2001). Segundo Branca (1997), a resolução de problemas é o processo de aplicação de conhecimentos adquiridos previamente a situações novas e desconhecidas. E em outro momento, a resolução de problemas tem duas facetas diferentes: uma é compreender totalmente o problema, escolher e aplicar noções matemáticas que possam levar a uma solução; a outra é obter a resposta correta (DAVIS & MCKILLIP, 2007). A resolução de problemas é, sem dúvida, a espinha dorsal da Matemática (MEDEIROS & SANTOS, 2007), no entanto, se não explorada adequadamente poderá gerar dúvidas entre os alunos. Diante dessa situação, o aluno pode ser levado a uma atitude de dependência, de memorização de conhecimentos.

Materiais manipuláveis, segundo LORENZATO (2009), são mediadores na relação professor/aluno/conhecimento, na qual o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar um dado objeto. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam.

Um ensino diferenciado, eficaz e que leva em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, é uma das propostas da pesquisa. Essas ideias vão de encontro com todo o referencial teórico, sendo: o principal a formulação e resolução de problemas matemáticos, nos quais os alunos não mais resolveriam problemas fechados (exercícios), e sim problemas

abertos (MEDEIROS, 2001), formulados por eles, resolvidos com mais de uma estratégia. No que diz respeito aos materiais manipuláveis, eles podem ser um incentivo para construção do conhecimento matemático.

Nosso estudo enfatizou concepções, a formulação e a resolução de problemas matemáticos, através de materiais concretos manipuláveis. Para tal, formulamos a seguinte indagação: Como os alunos desenvolvem atividades com formulação e resolução de problemas matemáticos, utilizando diferentes materiais manipuláveis e explorando conteúdos de maior dificuldade da Prova Brasil/SAEB? Com base nesse questionamento, elencamos alguns dos principais objetivos, visando, de modo geral, analisar os limites e as possibilidades da metodologia, com alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental. Com este intuito, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as concepções dos alunos sobre materiais manipuláveis e a formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula;
- Proporcionar a formulação e resolução de problemas matemáticos a partir do manuseio dos materiais manipuláveis;
- Explorar, nas atividades de formulação e resolução de problemas matemáticos, os conteúdos nos quais os alunos apresentaram desempenhos mais insatisfatórios na Prova Brasil/SAEB;
- Identificar as modificações estruturais ocorridas nos problemas formulados e resolvidos em relação aos problemas fechados ou exercícios.

METODOLOGIA

O presente estudo desenvolveu uma pesquisa no âmbito qualitativo, sendo a metodologia um estudo de caso. A escolha é devido ao profundo alcance analítico, interrogando a situação, confrontando-a com outras situações já conhecidas e com as teorias existentes. Pode assim ajudar a gerar novas teorias e novas questões para futuras pesquisas (PONTE, 2006).

Neste tipo de pesquisa o foco é analisar o aspecto subjetivo no conhecimento produzido, além de entender e interpretar dados e discursos, pois ela depende da relação observador-observado (BORBA & ARAÚJO, 2012).

Esta investigação tem por base um estudo do caso de uma turma, cuja unidade de análise é uma turma do 6º Ano com 22 alunos, com faixa etária entre 10 e 16 anos de idade. Segundo Yin (2010), a abordagem é adequada porque se utiliza de questões de investigação “como” e “porque”.

A pesquisa foi desenvolvida na Escola Municipal Irmão Damião, localizada em Lagoa Seca/PB, no período de Março a Julho de 2014, dando continuidade às atividades do *Projeto Investigando a Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*, pertencente ao Programa Observatório da Educação (Edital049/2012/CAPES/INEP), do qual o pesquisador foi bolsista de graduação.

As evidências são recolhidas por múltiplas fontes: Entrevistas semi-estruturadas com a professora da turma e os alunos; formulação e resolução de problemas matemáticos dos alunos; Observação Direta (produzindo notas de campo em forma de reflexão sobre a prática do pesquisador); Observação Participante (diálogos audiogravados e transcritos) e respostas aos questionários.

Inicialmente ocorreu seleção da escola e da turma, de acordo com a Base de Dados do INEP. Esta Base de Dados é referente à Prova Brasil, na qual avalia alunos de 5º e 9º Anos do Ensino Fundamental, e ao SAEB, que também incluem os do 3ª Ano do Ensino Médio regular da rede pública e urbana de ensino. A avaliação é censitária, assim oferece resultados de cada escola participante, das redes no âmbito dos municípios, dos estados, das regiões e do Brasil.

Foram realizadas entrevistas semi-estruturadas com a turma e sua professora, a fim de analisar suas concepções sobre a formulação e resolução de problemas matemáticos. A base de dados do INEP referente à Prova Brasil e ao SAEB foi utilizada para identificarmos os conteúdos matemáticos nos quais os alunos apresentam desempenhos mais insatisfatórios referentes ao Estado da Paraíba. Posteriormente, exploramos estes conteúdos matemáticos em cinco sessões de formulação e resolução de problemas matemáticos a partir de diferentes tipos de materiais manipuláveis, sendo: *Material Dourado*, *Ábaco*, *Geoplano*, *Material Cuisinaire* e o *Estojo de Peças de Frações da Experimentoteca da USP*. Reflexões sobre a prática foram

realizadas, pelo pesquisador, em algumas sessões, a fim de ajudar nas análises de como os alunos se relacionam.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A turma em questão tinha 17 alunos, que foram divididos em seis grupos com três pessoas nas sessões. Todos participaram da entrevista semi-estruturada, mas ao longo das sessões sempre três alunos estavam ausentes. Estavam geralmente organizados em três filas retas na sala de aula, bastante quietos e com trocas de ideias e favores. Interação entre si se comunicando nas atividades. A professora tem um rigor que é respeitado perante os alunos, e isto reflete em seus comportamentos.

Tratando-se da entrevista semi-estruturada com a professora, observamos que se sente bem à vontade no ambiente de entrevista, comunicativa ao responder todas as perguntas sem obstáculos. A professora vê a metodologia proposta como uma estratégia a mais para o ensino, mostrando-se conhecimento em outras metodologias e as fazendo uso. Ressalta a necessidade de tempo ao trabalhar uma nova abordagem de ensino. Sobre os dados do INEP, ela os conhece juntamente com a Prova Brasil. Tem como pensamento que os materiais manipuláveis facilitam muito o processo de ensino aprendizagem e sempre que pode leva para a sala de aula material dourado, os blocos lógicos, introduzindo geometria. Em relação as influências dos materiais no ensino, suas palavras são de uso no início da aula para introduzir os conteúdos, ou no final para reforçar determinados conceitos, e que a partir do momento que os alunos estão manipulando, eles mexem muito com o raciocínio, sendo diferente de você entregar uma questão e de repente esperar reações. É uma espécie de desafio.

A meu ver, assim, facilita muito o processo de ensino aprendizagem, e assim a gente já observa também nos livros didáticos até vindo alguns materiais destes. Então, sempre que eu posso, eu sempre levo para a sala de aula, ou na salinha que tem a gente sempre encontra lá o material dourado, os blocos lógicos introduzindo na que geometria. (...) O ponto positivo para mim eu vejo que ajuda no processo de ensino aprendizagem do aluno, seja no início para introduzir determinados conceitos matemáticos ou para reforçar. O negativo assim, que eu vejo que a gente tem que praticamente tirar esses recursos do bolso e do bolso do aluno, porque às vezes não vem material suficiente para escola, e daí a gente temos que confeccionar alguns extras, e daí no final eu até confeccionei junto com eles. [EP, 05/04/2014]

Na entrevista com os alunos, participaram 22 alunos em 2 dias e todos colaboraram normalmente. As experiências dos alunos em séries anteriores foram com uso do material dourado para aprendizagem do sistema decimal e do ábaco para operações aritméticas. Mas não fica claro nas respostas comentários de conteúdos aprendidos, estratégias ensinadas ou

traços de aprendizagens que consolidaram com o tempo. Alunos se cobram no aspecto de precisarem lerem mais e prestarem atenção, mas também esperam da professora que lhes tirem as dúvidas, expliquem tudo e possa explicar também de outras maneiras.

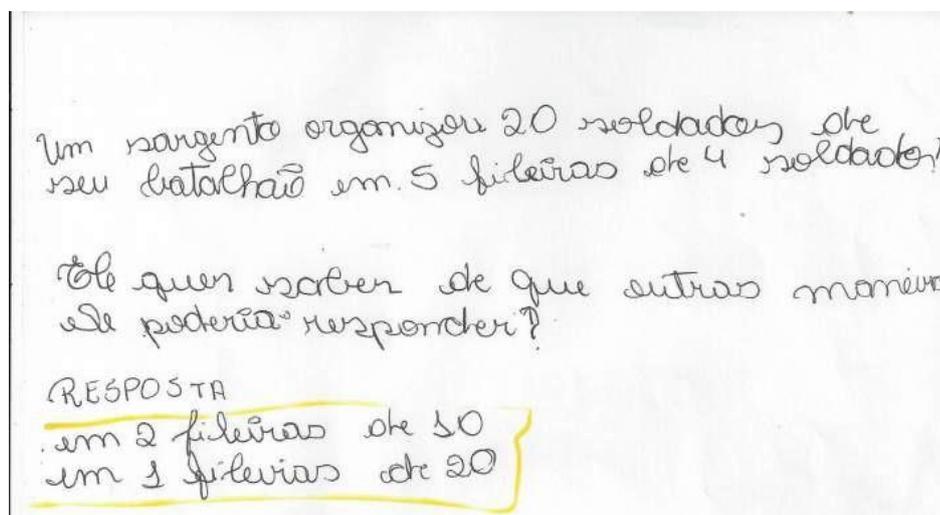
RESPOSTAS DO ALUNO 1: Eu me esqueci o nome, porque é um ... Um nome que tem umas pedrinhas, tem em baixo unidades, dezenas e centenas, ai tirava, assim tinha 1390, essas coisas assim.

RESPOSTAS DO ALUNO 4: Sim. Pela questão dos números, das coisas quadradas. Daqueles que tem um número quadrado, área e perímetro.

RESPOSTAS DO ALUNO 4: Aprendi. Aprendi com o ábaco aqueles que é unidades, dezenas e centenas. E com o amarelo as contagem.

RESPOSTAS DO ALUNO 14: Que ele me explique tudo e possa explicar também de outra maneira por exemplo, se ele explicar de uma maneira e eu não entender, quero que ele explique de outra maneira. [EA, 17/04/2014].

Nas formulações e resoluções de problemas matemáticos, os alunos demonstraram que **ocorreu uma modificação estrutural** em seus problemas, no que diz respeito aos problemas fechados e abertos (ver Figura 1 e 2). Seus problemas foram contextualizados, continham várias estratégias, conteúdos e assim, não mais só escreviam exercícios, agora problemas abertos. Na Figura 1, o grupo surpreendeu o pesquisador, visto que utilizaram mais de uma estratégia na resolução, combinando resposta em língua materna, uso de tentativas e desenhos para melhor visualização das ideias. Na Figura 2, é o típico problema da maioria dos grupos, que envolvem a temática do consumismo. O grupo em questão buscou explorar os materiais manipuláveis, suas características, utilizaram-se do apoio novamente do desenho e recursos da multiplicação. Em ambas as figuras tentaram explorar as diversas estratégias possíveis em uma tarefa de formulação e resolução de problemas matemáticos.



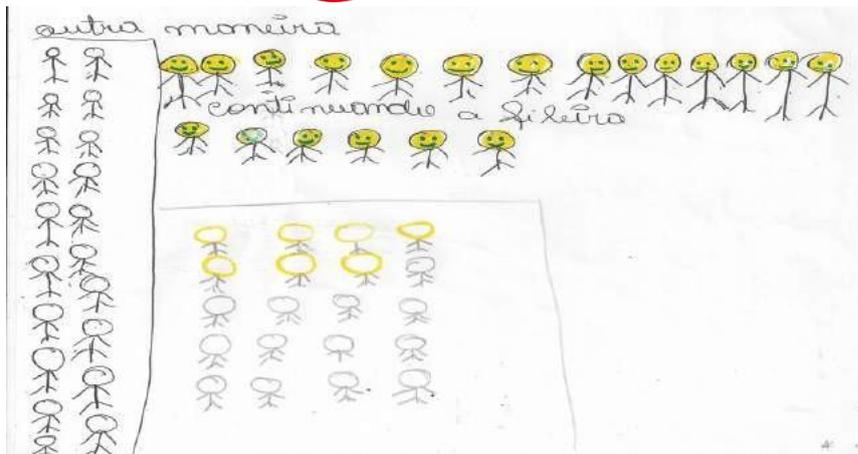


Figura 1 - Formulação e resolução de um problema

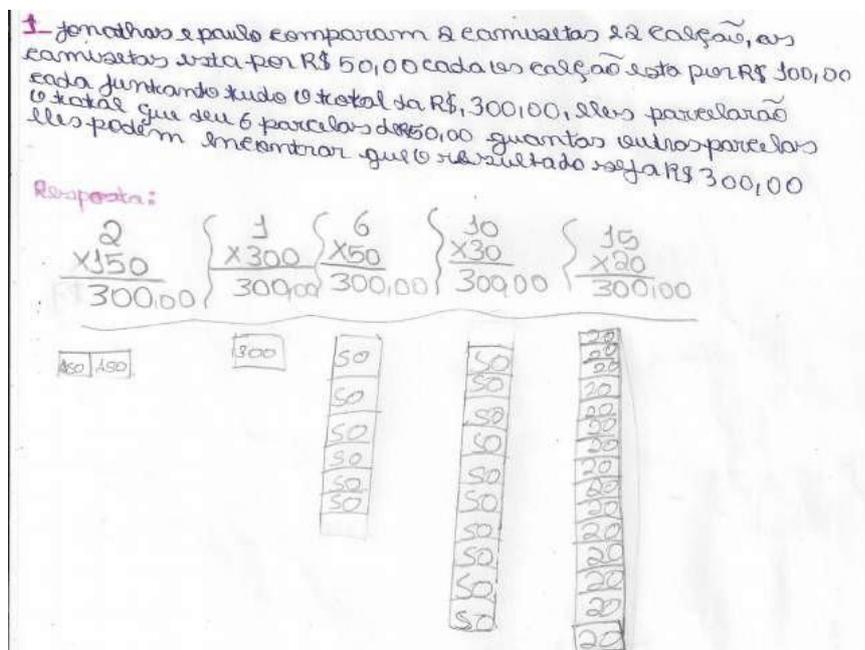
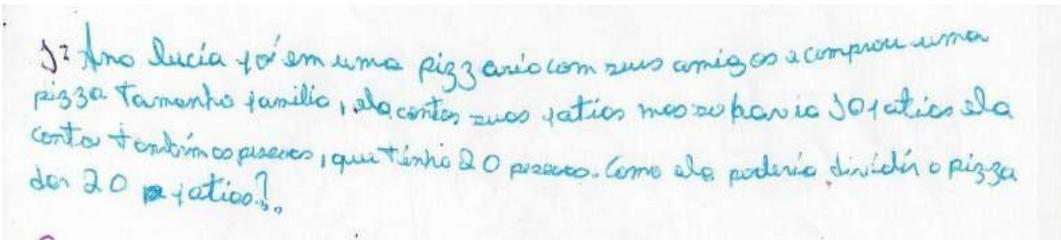


Figura 2 - Formulação e resolução de um problema

As sessões mostraram que os alunos são capazes de formular e resolver a partir dos materiais manipuláveis (ver Figuras 3 e 4). Na primeira destas figuras, o grupo baseado na manipulação do Tangram e, posteriormente, do Material Cuisinaire, conseguiu formular um problema que envolvesse um no ato da resolução, um raciocínio que dispensava o uso só de cálculos, e sim agora a intuição e conhecimento das propriedades visíveis ao manuseio dos materiais manipuláveis. Na outra figura, outro grupo, agora baseado no Geoplano, verificou a possibilidade de inserir o conteúdo de áreas de figuras planas, além de manter as ideias da junção de peças do Tangram, combinando, assim, como na outra figura o uso de mais de um material manipulável em suas ideias.

Os conteúdos esperados baseados nos desempenhos mais insatisfatórios dos alunos da Paraíba, na Prova Brasil, naquele ano foram explorados (Perímetro, Números Decimais, Frações e Porcentagem), sugerindo que os alunos abstraíram dos materiais manipuláveis as ideias necessárias para sua utilização (ver Figura 5). Este objetivo está interligado à resolução de problemas dos alunos, pois ao desejar que eles formulem problemas abertos, resolvam-nos com mais de uma estratégia, é também interessante utilizar-se de diferentes conteúdos matemáticos. Na Figura 5, o grupo demonstrou que, em algum momento, já aprenderam Frações e que alguns dos materiais manipulados fizeram com que eles se sentissem à vontade para relacionar este conteúdo. Fica claro também a tentativa de criar outras estratégias. Nas demais figuras apresentadas e outras não, fica claro o uso dos outros conteúdos que os alunos tinham dificuldades, como: Porcentagem, Números Decimais, Área e Perímetro.



12 Ana Lucia foi em uma pizzaria com seus amigos e comprou uma pizza tamanho família, ela contou seus yaticos mas se parou 30 yaticos ela contou também os piseiros, que tinha 20 piseiros. Como ela poderia dividir a pizza dos 20 yaticos?

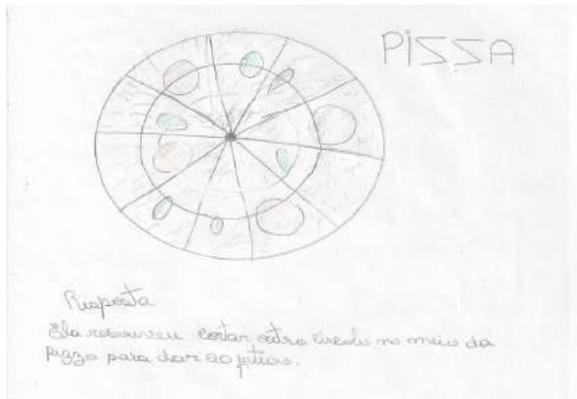
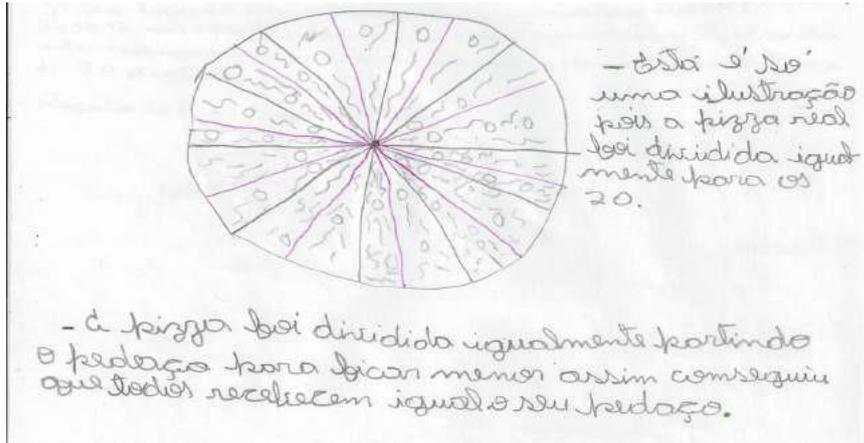
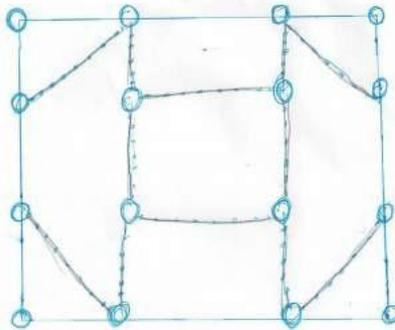


Figura 3 - Formulação e resolução de um problema

Maria tem um problema para resolver e ela que sabe que outras figuras do plano forma com a figura abaixo, mas ela também quer saber quanto mede cada lado.



Com a figura da para formar 4 triângulos, 2 retângulos, 1 quadrado e 2 trapézio

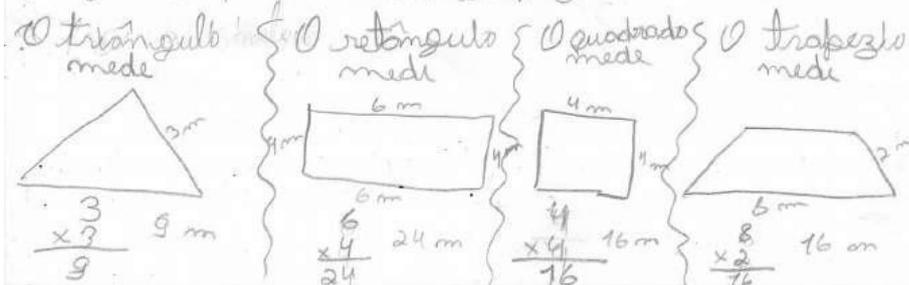


Figura 4 - Formulação e resolução de um problema

Pedro viu um cachorro numa propaganda por 90 reais. Ele queria pagar ao dono $\frac{2}{5}$ em um mês.

Quanto mais ele trabalhava para ele pagar no outro mês? Solucionou 54 reais para ele pagar no outro mês! porque!!!

$$\frac{2}{5} = \cancel{18} \cancel{18} \cancel{18} = 90 - \begin{array}{r} 36,00 \\ 54,00 \\ \hline 36,00 \end{array}$$

Ele tirando dois juros
Solucionou 54 reais para terminar de pagar o cachorrinho.

Figura 5 - Formulação e resolução de um problema

No que diz respeito às sessões, os alunos mostraram que são capazes de formular e resolver a partir do uso de materiais manipuláveis. Os conteúdos esperados baseados nos desempenhos mais insatisfatórios dos alunos da Paraíba, na Prova Brasil, naquele Ano foram explorados em sua grande maioria (75% dos conteúdos, sendo Perímetro, Frações e Porcentagem), sugerindo que os alunos abstraíram dos materiais as ideias necessárias para sua utilização. Foram formulados, em todas as sessões, ao menos um problema aberto, totalizando, ao final, seis problemas abertos.



Figura 6: Sessão de formulação e resolução de problemas matemáticos – Lagoa Seca 2014.
Fonte: Acervo do Autor

Tabela 1: Cronograma dos materiais utilizados ao longo das sessões.

ENCONTROS	DATA	MATERIAIS MANIPULÁVEIS
1° SESSÃO	28-04-2014	MATERIAL DOURADO
2° SESSÃO	05-05-2014	TANGRAM
I SEMINÁRIO	12-05-2014	-
3° SESSÃO	26-05-2014	ESTOJO DE PEÇAS (KIT DE FRAÇÕES)
4° SESSÃO	21-07-2014	CUISINAIRE
5° SESSÃO	23-07-2014	GEOPLANO

Fonte: Tabela com os materiais utilizados no 2º Momento do Projeto

CONCLUSÕES

Identificamos que os alunos só haviam tido a experiência com materiais manipuláveis como o Ábaco e o Material Dourado. Nestes apenas se recordam de sua aprendizagem,

algumas palavras e o posicionamento decimal dos algarismos. Alguns ainda os confundiram com jogos, mas em suas concepções sobre tais materiais afirmavam que, com o uso deles, havia uma “aula legal, que dá para aprender”.

Por sua vez, a professora reconhece os desafios e dificuldades de seus alunos. Conhece os materiais manipuláveis, mas pouco os utiliza. Trabalha o Tangram principalmente em outras turmas no ensino de Geometria. Esbarra-se na falta de recursos da escola e, um dos caminhos utilizados é a confecção. O livro didático é bastante explorado e o Planejamento é a palavra de maior destaque em seu discurso.

No que diz respeito às sessões, os alunos mostraram que são capazes de formular e resolver a partir do uso de materiais manipuláveis. Os conteúdos esperados baseados nos desempenhos mais insatisfatórios dos alunos da Paraíba, na Prova Brasil, naquele Ano foram explorados em sua grande maioria (75% dos conteúdos, sendo Perímetro, Frações e Porcentagem), sugerindo que os alunos abstraíram dos materiais as ideias necessárias para sua utilização. Foram formulados, em todas as sessões, ao menos um problema aberto, totalizando, ao final, seis problemas abertos. É claro, não representa a maioria, mas que continham estratégias variadas de resolução, dificuldades está dos alunos.

A reflexão dos alunos ficou evidente no seminário e durante as sessões, sendo eles próprios sentindo-se a vontade. A discussão oral foi um ponto positivo, e as respostas aos significados que abstraíram dos materiais contribuíram para a melhor execução das tarefas. Esperamos abordar o ato da reflexão em futuras pesquisas mais aprofundado devido à grande aceitação e resultados por esses alunos, tais como momentos de Feedback escrito e orais nas próprias sessões de formulação e resolução de problemas.

Em relação aos objetivos específicos, formular e resolver problemas a partir de diferentes materiais manipuláveis é possível. Raciocinar foi fundamental para que se iniciasse um começo de mudança de estrutural do problemas formulados antes (exercícios) e os de agora (problemas abertos).

As reflexões sobre a prática do pesquisador foi um ponto positivo tanto para ajuda nas análises dos dados, como na mudança de concepções do pesquisador para futuras abordagens. Se levarmos em consideração que os problemas matemáticos dos alunos foram ações e reflexões que compreendiam seus pensamentos críticos, suas noções de cidadania e sua criatividade, então os mesmos obtiveram êxito em grande parte das expectativas geradas.

REFERÊNCIAS

- BORBA, M. C. & ARAÚJO, J. L. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.
- BRANCA, N. et al. *Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica*. In: KRULIK, R., REYS, R.E. (Org.) A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo — São Paulo: Atual, 1997.
- DAVIS, E. J. & MCKILLIP, W. D. *Aperfeiçoando a resolução de problemas-história na matemática da elementary school*. In: KRULIK, R., REYS, R.E. (Org.) A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo — São Paulo: Atual, 1997.
- LORENZATO, S (org.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 2ª ed. Campinas: Autores Associados, 2009.
- MEDEIROS, K.M. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. In *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, nº 9/10, p. 32-39, SBEM, 2001.
- MEDEIROS & SANTOS, A.J.B. Uma experiência didática com a formulação de problemas matemáticos. In *Zetetiké* (UNICAMP), São Paulo, Volume 15, p. 87-118, nº 28, 2007.
- PONTE, J. P. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. Ponte (Coords.), *Educação Matemática* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.
- PONTE, J. P. *Estudo de caso em educação matemática*. Lisboa: Bolema, 2006, p. 1-23.
- SANTOS, V.M. A relação e as dificuldades dos alunos com a Matemática: um objeto de investigação. In *Zetetiké* (UNICAMP), São Paulo, Volume 17, p. número temático, 2009.
- YIN, Robert K. Estudo de caso: planejamento e métodos. Porto Alegre: Bookman, 2010.